西方经济学（微观部分）
第三章 效用论

赵时亮

Department of Economics
Tianjin University of Finance & Economics

Outline

- 效用论概述
  - 效用的概念
  - 基数效用和序数效用
- 无差异曲线
- 预算线
- 消费者均衡
- 价格、收入变化
- 个体需求到市场需求
- 不确定性和风险

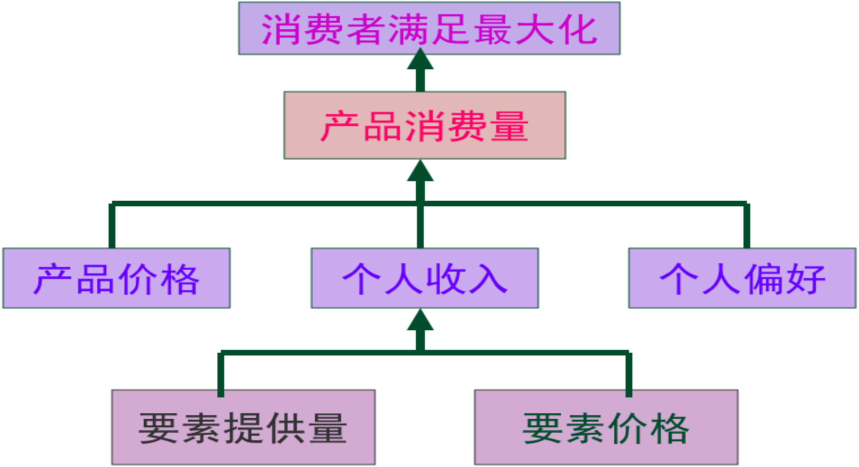
消费者行为理论

所谓消费者行为，是指人们为了满足自己的欲望而利用物品的效用的一种经济行为，即人们在市场上作出的购买决策和购买活动。消费者行为理论，实际上是对下述问题提出理论答案，即消费者在日常生活中决定购买的众多消费品的种类和不同消费品的不同数量，是由哪些因素和根据什么原则来决定的，以及消费者达于均衡状态的条件。

消费者行为理论的假设

- 消费者的信息正确而完备。
- 消费者的收入既定。
- 消费者的偏好既定。
- 商品的价格既定。

消费者行为模型



效用的概念

效用

效用是指商品满足人的欲望的能力评价，或者说，效用是指消费者在消费商品时所感到的满足程度。
商品的效用来自商品具有的满足人们某种欲望的能力，还依存于消费者的主管感受。

欲望

对某种物品，既有缺乏的感觉，又有满足的愿望，二者相结合产生的一种心理感觉。欲望是人类一切经济活动的原动力。

- 生理满足的欲望
- 安全保障的欲望
- 社会交往的欲望
- 受到尊重的欲望
- 自我实现的欲望

基数和序数

基数：基数（cardinal number），指集合论中刻画任意集合所含元素数量多少的一个概念。任一个有限集的基数就与通常意义下的自然数一致。基数可以比较大小，基数可以进行运算。

序数：序数是对应排列或次序的数。

例："李世民是唐朝的第二任皇帝，而李治则是第三任"。"篮子里有一个橙、四个香蕉。"

基数效用和序数效用

基数效用

其基本观点是：效用像长度和重量一样，是可以用一个具体的数字来衡量。表示效用大小的计量单位被称为效用单位 (Utility unit)。因此，效用的大小可以用基数 (1、2、3……) 来表示。效用的多少不仅可以相互比较，而且可以将几个效用加总求和。

基数效用和序数效用

基数效用

其基本观点是：效用像长度和重量一样，是可以用一个具体的数字来衡量。表示效用大小的计量单位被称为效用单位 (Utility unit)。因此，效用的大小可以用基数 (1、2、3……) 来表示。效用的多少不仅可以相互比较，而且可以将几个效用加总求和。

序数效用

基本观点是：效用作为一种心理现象，其大小无法具体衡量，也不能加总求和。不同效用之间不能比较大小，而只能通过顺序或等级来表示。因此，效用只能用序数 (第一、第二、第三……) 来表示。

两种理论的比较

效用理论类型	主要观点	假设条件	分析工具	经济学家
基数效用论	效用可计量	苛刻	边际效用	马歇尔
序数效用论	效用可比较	宽松	无差异曲线	希克斯

边际效用分析法概述

总效用

总效用 (Total Utility) 是指消费者在一定时间内从一定数量的商品的消费中所得到的效用量的总和。

边际效用

边际效用 (Marginal Utility) 是指消费者在一定时间内增加一单位商品的消费所得到的效用量的增量。

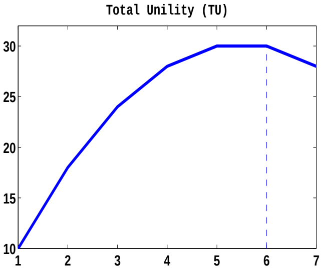
消费量	0	1	2	3	4	5	6	7
单个商品效用		10	8	6	4	2	0	-2
总效用	0	10	18	24	28	30	30	28

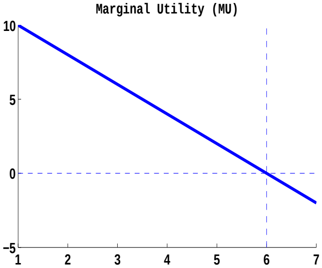
边际效用规律

边际效用递减规律，又叫戈森第一定律。他于 1854 年提出两条与欲望有关的规律：

1. 欲望强度递减规律：在一定时期内，一个人对某种商品的欲望强度会随着商品数量的增加而不断降低或减少。
2. 享受递减规律：随着人们欲望的满足，从商品使用所得到的享受是不断减少的。

边际效用递减





在一定时间内，在其他商品的消费数量保持不变的条件下，随着消费者对某种商品消费量的增加，消费者从该商品连续增加的每一消费单位中所得到的效用增量即边际效用是递减的。

$$\text{边际量} = \frac{\text{因变量的变化量}}{\text{自变量的变化量}}$$

设总效用 $TU = f(Q)$，则

$$MU = \frac{\Delta TU(Q)}{\Delta Q} = \lim_{\Delta \to 0} \frac{\Delta TU(Q)}{\Delta Q} = \frac{dTU(Q)}{dQ}$$

边际效用递减规律的特点

1. 边际效用的大小同人们的欲望强度成正比。
2. 边际效用的大小同人们消费的商品数量成反比。
3. 边际效用离不开时间因素，是在特定时间内的效用。
4. 边际效用实际上永远是正值.
   在一种商品的边际效用趋近于零时，由于人们的欲望有多样性，他会改变消费内容与消费方式，去满足其它欲望，以增加总效用。
5. 边际效用是决定商品价值的主观标准。
   主观效用论者认为，商品价值由边际效用决定，消费数量少，边际效用就高，价值或需求价格也就高；反之，则相反。

例：非递减的边际效用

设某人消费两种商品：汉堡包 (H) 和啤酒 (R) 时的效用函数为：
$U = \sqrt{H} + R$

边际效用

$$MU_H = \frac{1}{2\sqrt{H}} > 0$$
$$MU_R = 1 > 0$$

两者的边际效用都大于零，说明消费者觉得越多越好。
H 的边际效用递减，但 R 的边际效用不变。

货币的边际效用

- 货币如同商品，也具有效用。随着货币收入量的增加，货币的边际效用递减。
- 消费者在消费时，通常认为货币的边际效用不变。

货币的边际效用

- 货币如同商品，也具有效用。随着货币收入量的增加，货币的边际效用递减。
- 消费者在消费时，通常认为货币的边际效用不变。

消费者收入给定后，单位商品价格只占消费者货币收入的很小部分，所以当购买量发生很小变化时，所支出的货币的边际效用变化很小，可认为是一个不变的常数。

消费者均衡

消费者均衡研究单个消费者如何把有限的货币收入分配在各种商品的购买中，以获取最大的效用。

购买量	1	2	3	4	5	6	7	8
Mu1	11	10	9	8	7	6	5	4
Mu2	19	17	15	13	12	10	8	6

消费者均衡

消费者均衡研究单个消费者如何把有限的货币收入分配在各种商品的购买中，以获取最大的效用。

购买量	1	2	3	4	5	6	7	8
Mu1	11	10	9	8	7	6	5	4
Mu2	19	17	15	13	12	10	8	6

消费者均衡

消费者均衡研究单个消费者如何把有限的货币收入分配在各种商品的购买中，以获取最大的效用。

购买量	1	2	3	4	5	6	7	8
Mu1	11	10	9	8	7	6	5	4
Mu2	19	17	15	13	12	10	8	6

消费者均衡

消费者均衡研究单个消费者如何把有限的货币收入分配在各种商品的购买中，以获取最大的效用。

购买量	1	2	3	4	5	6	7	8
Mu1	11	10	9	8	7	6	5	4
Mu2	19	17	15	13	12	10	8	6

消费者均衡

消费者均衡研究单个消费者如何把有限的货币收入分配在各种商品的购买中，以获取最大的效用。

购买量	1	2	3	4	5	6	7	8
Mu1	11	10	9	8	7	6	5	4
Mu2	19	17	15	13	12	10	8	6

消费者均衡

消费者使自己效用最大化的均衡条件是，使自己购买的各种商品的边际效用和价格之比相等。

$$P_1X_1 + P_2X_2 + \cdots + P_nX_n = I$$

$$\frac{MU_1}{P_1} = \frac{MU_2}{P_2} = \cdots = \frac{MU_n}{P_n} = \lambda$$

消费者会选择最优的商品组合，使得自己花费在各种商品上的最后一元钱所带来的边际效用相等，且等于货币的边际效用。

消费者均衡条件的推导

假设消费者购买两种商品 X 和 Y，总效用为 $TU = F(X, Y)$，约束条件为 $P_x X + P_y Y = M$。
可得：$Y = \frac{M - P_x X}{P_y}$，代入总效用函数可得：
$TU = F\left(X, \frac{M - P_x X}{p_y}\right)$，要使效用最大化，则一阶导数为 0。

$$\frac{dTU}{dX} = \frac{\partial F}{\partial X} + \frac{\partial F}{\partial Y}\left(-\frac{P_x}{P_y}\right) = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial X} - \frac{\partial F}{\partial Y}\frac{P_x}{P_y} = 0$$

$$\frac{\frac{\partial F}{\partial X}}{P_x} = \frac{\frac{\partial F}{\partial Y}}{P_y}$$

因为：$\frac{\partial F}{\partial X} = MU_x$, $\frac{\partial F}{\partial Y} = MU_y$, 于是

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y}$$

需求曲线的推导

需求价格 (支付意愿)

商品的需求价格是指消费者在一定时期内对一定量的某种商品所愿意支付的最高价格。当商品价格高于需求价格时，消费者不会购买；当商品价格低于需求价格时，消费者会购买；当商品价格和需求价格一样时，消费者对持有货币或购买商品无差异。(参见 Excel:sheet1)

商品的需求价格取决于商品的边际效用，由于边际效用递减规律的作用，随着消费者对某一种商品消费量的连续增加，该商品的边际效用是递减的，相应地，消费者为购买这种商品所愿意支付的最高价格即需求价格也是越来越低的，故需求曲线向右下方倾斜。

消费者剩余（一个拍卖例子）

假设有四个人参与竞拍一件藏品，他们的心理价位如下

竞拍者	支付意愿
张三	\$100
李四	\$ 80
王五	\$ 70
赵六	\$ 50

当价格升高到 \$80 后，有三个人退出竞拍，张三以 \$80 的价格得到拍品。比他的心理价位低 \$20。这部分就是他的消费者剩余。

消费者剩余（一个拍卖例子）

假设有四个人参与竞拍一件藏品，他们的心理价位如下

竞拍者	支付意愿
张三	\$100
李四	\$ 80
王五	\$ 70
赵六	\$ 50

当价格升高到 \$80 后，有三个人退出竞拍，张三以 \$80 的价格得到拍品。比他的心理价位低 \$20。这部分就是他的消费者剩余。

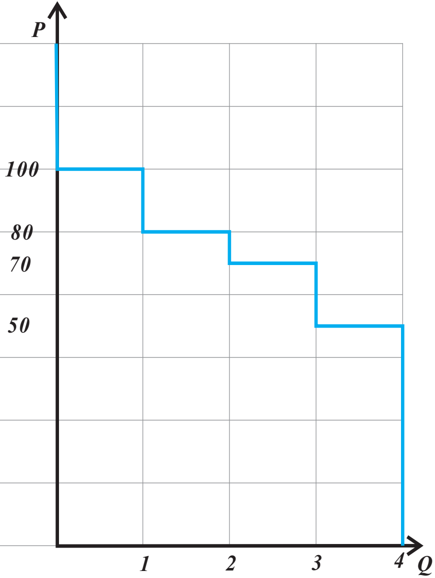
假设有四个人参与竞拍两件藏品，且两件藏品必须以同样的价格售出：

竞拍者	支付意愿
张三	\$100
李四	\$ 80
王五	\$ 70
赵六	\$ 50

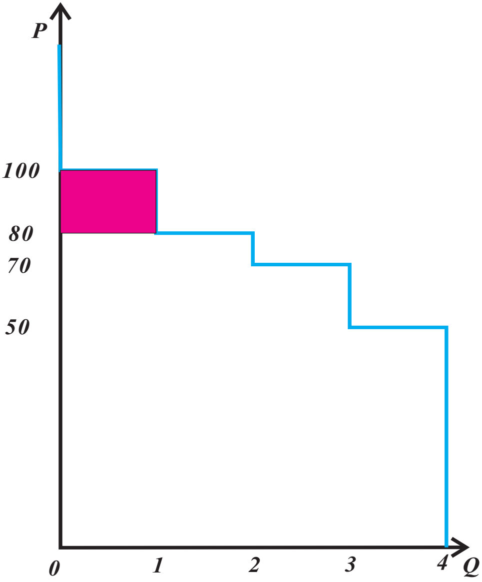
当价格升高到 \$70 后，有两个人退出竞拍，张三和李四以 \$70 的价格得到拍品。比他的心理价位低 \$30 和 \$10。他们的消费者剩余为 \$40。

消费者剩余（一个拍卖例子）

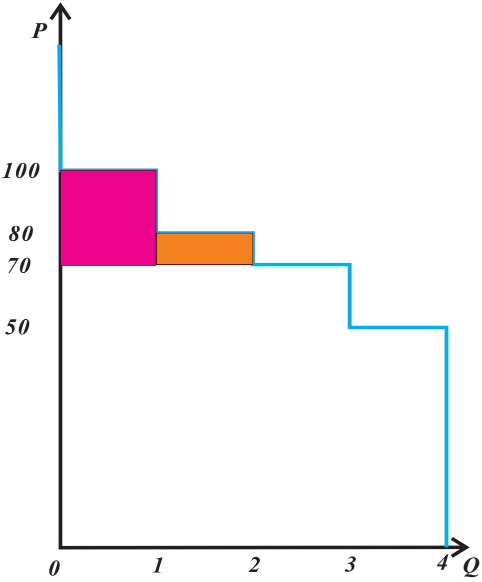
价格	买家	需求量
>100	无	*0*
80–100	张	*1*
70–80	张,李	*2*
50–70	张,李,王	*3*
<50	张,李,王,赵	*4*



消费者剩余（一个拍卖例子）



消费者剩余（一个拍卖例子）

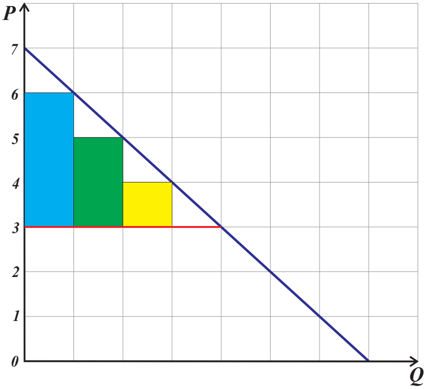


消费者剩余

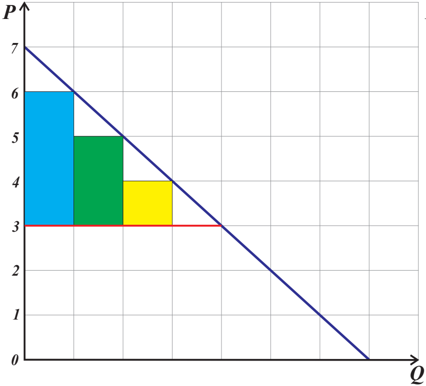
区别消费者愿意支付的最高价格和实际市场价格。

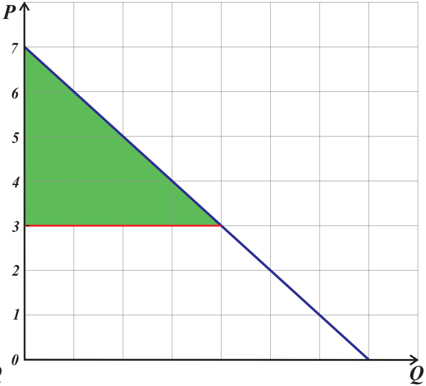
消费者剩余是在购买一定数量的某种商品时愿意支付的最高总价格和实际支付的总价格之间的差额。(参见 Excel: 消费者剩余)

消费者剩余



消费者剩余





如果用数学公式表示，先求出需求函数的反函数：$P^d = f(Q)$，设价格为 P_0 时的消费量为 Q_0，那么消费者剩余为：

$$CS = \int_0^{Q_0} f(Q)dQ - P_0Q_0。$$

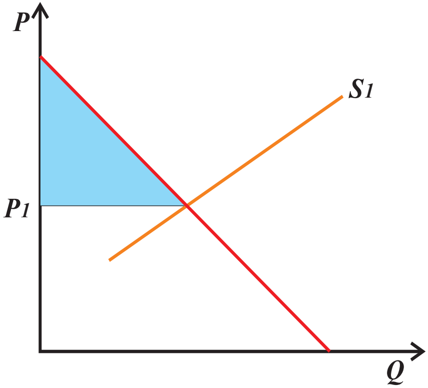
Example

已知消费者需求函数 $Q = 40 - 4P$，求当价格为 $P = 3$ 时的消费者剩余，当价格降为 $P = 2$ 时，消费者剩余增加多少？

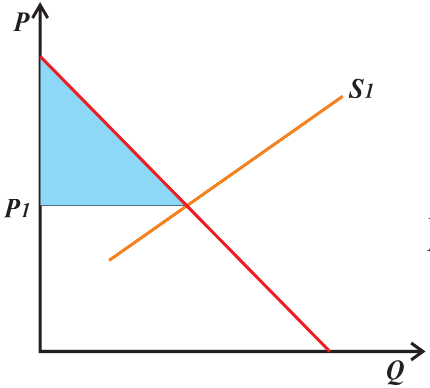
求得需求函数反函数为 $P = 10 - 0.25Q$
$P = 3$ 时，得到 $Q = 40 - 4P = 28$
$CS = \int_0^{Q_0} f(Q)dQ - P_0Q_0 = \int_0^{28}(10 - 0.25Q)dQ - 3 \times 28 =$
$(10Q - 0.125Q^2)|_0^{28} - 84 = 98$

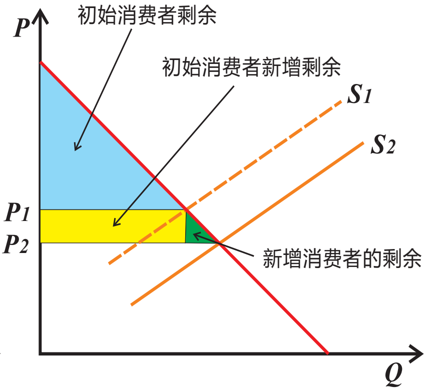
同理，求得当 $P = 2$ 时消费者剩余为 $CS = 128$。所以消费者剩余增加了 30 个单位。(Matlab example)

供给变动对消费者剩余的影响

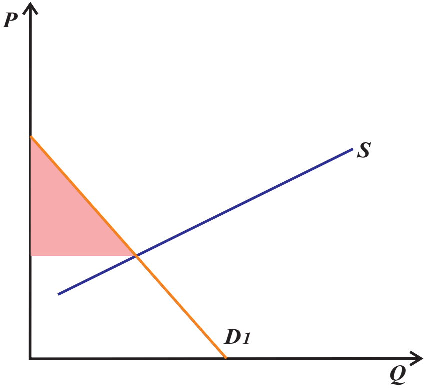


供给变动对消费者剩余的影响

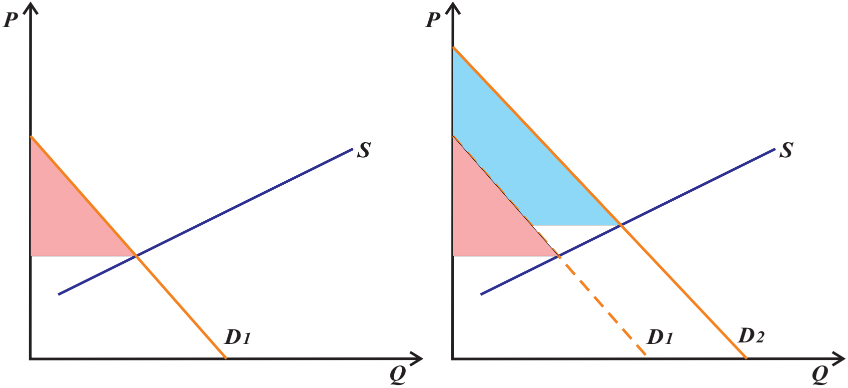




需求变动对消费者剩余的影响



需求变动对消费者剩余的影响



Outline

关于偏好的假定

- **偏好的完全性：** 假定有两个消费集合 $A = (x_1, x_2)$，$B = (y_1, y_2)$，那么消费者对两个消费集的偏好要么是 $(x_1, x_2) \succsim (y_1, y_2)$，要么是 $(y_1, y_2) \succsim (x_1, x_2)$，要么两种情况都有，即消费者对两个消费集是无差异的。

关于偏好的假定

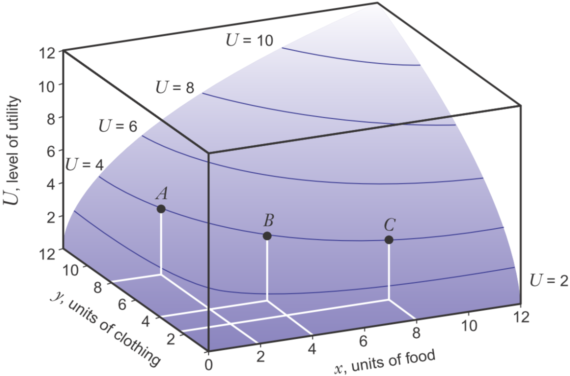
- **偏好的完全性：** 假定有两个消费集合 $A=(x_1,x_2)$，$B=(y_1,y_2)$，那么消费者对两个消费集的偏好要么是 $(x_1,x_2)\succsim(y_1,y_2)$，要么是 $(y_1,y_2)\succsim(x_1,x_2)$，要么两种情况都有，即消费者对两个消费集是无差异的。
- **偏好的传递性：** 假设有三个消费集 $A=(x_1,x_2)$，$B=(y_1,y_2)$ 和 $C=(z_1,z_2)$，假如消费者认为 $(x_1,x_2)\succsim(y_1,y_2)$，并且 $(y_1,y_2)\succsim(z_1,z_2)$，那么一定有 $(x_1,x_2)\succsim(z_1,z_2)$。

关于偏好的假定

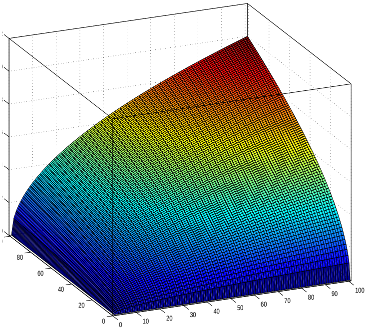
- **偏好的完全性：** 假定有两个消费集合 $A=(x_1,x_2)$，$B=(y_1,y_2)$，那么消费者对两个消费集的偏好要么是 $(x_1,x_2)\succsim(y_1,y_2)$，要么是 $(y_1,y_2)\succsim(x_1,x_2)$，要么两种情况都有，即消费者对两个消费集是无差异的。
- **偏好的传递性：**假设有三个消费集 $A=(x_1,x_2)$，$B=(y_1,y_2)$ 和 $C=(z_1,z_2)$，假如消费者认为 $(x_1,x_2)\succsim(y_1,y_2)$，并且 $(y_1,y_2)\succsim(z_1,z_2)$，那么一定有 $(x_1,x_2)\succsim(z_1,z_2)$。
- **偏好的非饱和性：**假如有两个消费集 $A=(x_1,x_2)$，$B=(x_1,y_2)$，并且 $x_2>y_2$，那么消费者认为 $(x_1,x_2)\succsim(x_1,y_2)$。即消费者对每一种消费都没有达到饱和点，或者说，消费者总认为数量多比数量少要好。

无差异曲线

无差异曲线表示消费者偏好相同的两种商品的所有组合。
它表示给消费者带来相同效用水平或满足程度的两种商品的所有组合。(参见 Excel，Matlab)



无差异曲线



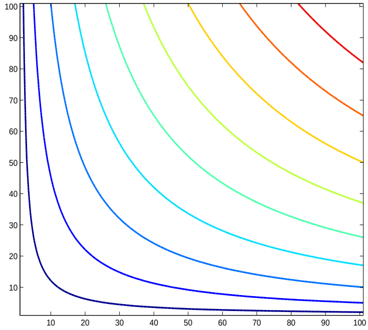


Figure : $U = \sqrt{xy}$

无差异曲线

无差异曲线的特征

- 一个坐标平面内有无数条无差异曲线。

无差异曲线

无差异曲线的特征

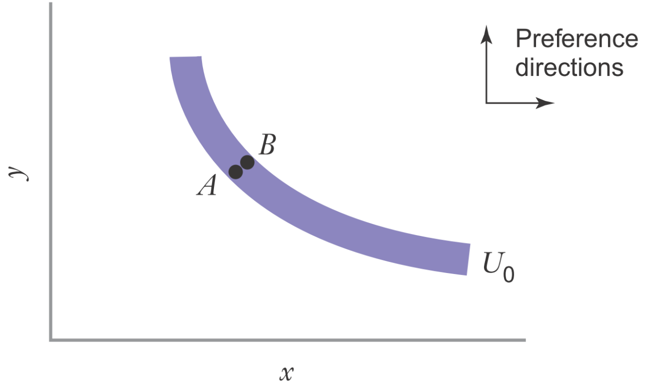
- 一个坐标平面内有无数条无差异曲线。
- 同一平面内的任意两条无差异曲线不会相交。

无差异曲线

无差异曲线的特征

- 一个坐标平面内有无数条无差异曲线。
- 同一平面内的任意两条无差异曲线不会相交。
- 无差异曲线凸向原点。（无差异曲线的斜率的绝对值递减）

证明：无差异曲线有无数条



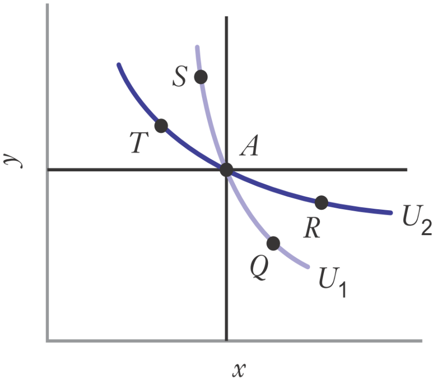
假设无差异曲线有“厚度”，B 点位于 A 点的东北方，所以 $U_B > U_A$，于是 A 点和 B 点不可能位于同一条无差异曲线上，所以无差异曲线没有厚度，同一平面内可以有无数条无差异曲线。

证明：无差异曲线不能相交

假如两条无差异曲线 U_1，U_2 相交于 A。
因为 S 点在 T 点的东北方，所以 $U_S > U_T$，同理可得 $U_R > U_Q$。
因为 S,Q 位于 U_1 上，T，R 位于 U_2，所以：

$$U_S > U_T = U_R > U_Q = U_S$$

$\Rightarrow U_S > U_S$，逻辑矛盾！



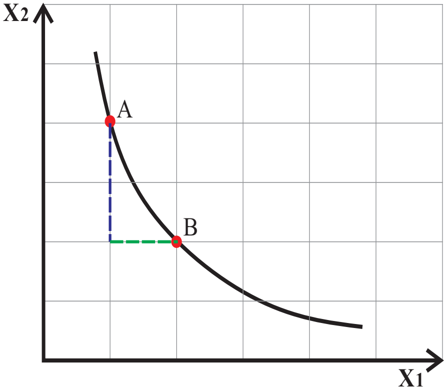
商品的边际替代率

MRS

商品的边际替代率是在维持效用水平不变的前提下，消费者增加一单位某种商品的消费时所需要放弃的另一种商品的消费量。

$$MRS_{ab} = -\frac{\Delta X_b}{\Delta X_a}$$

$$MRS_{ab} = \lim_{\Delta X_a \to 0} -\frac{\Delta X_b}{\Delta X_a} = -\frac{dX_b}{dX_a}$$



边际替代率与边际效用

边际替代率也就是两种商品的边际效用的比率。
假设消费者的效用来自商品 (X, Y)，则效用函数为 $U = U(X, Y)$。
效用的全微分为：

$$dU = \frac{\partial U}{\partial X} dX + \frac{\partial U}{\partial Y} dY = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial U}{\partial X} dX = -\frac{\partial U}{\partial Y} dY$$

$$\Rightarrow MU_x dX = -MU_y dY$$

$$\Rightarrow -\frac{dY}{dX} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

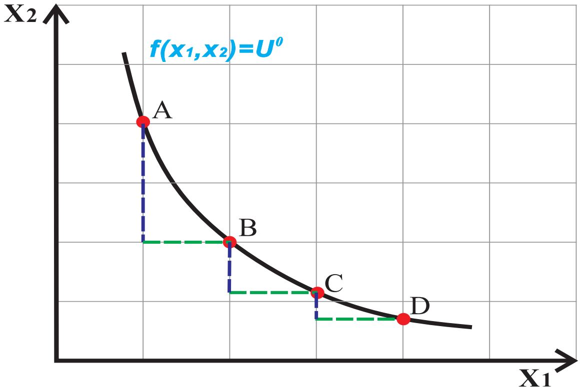
BACK PAGE 58

边际替代率递减

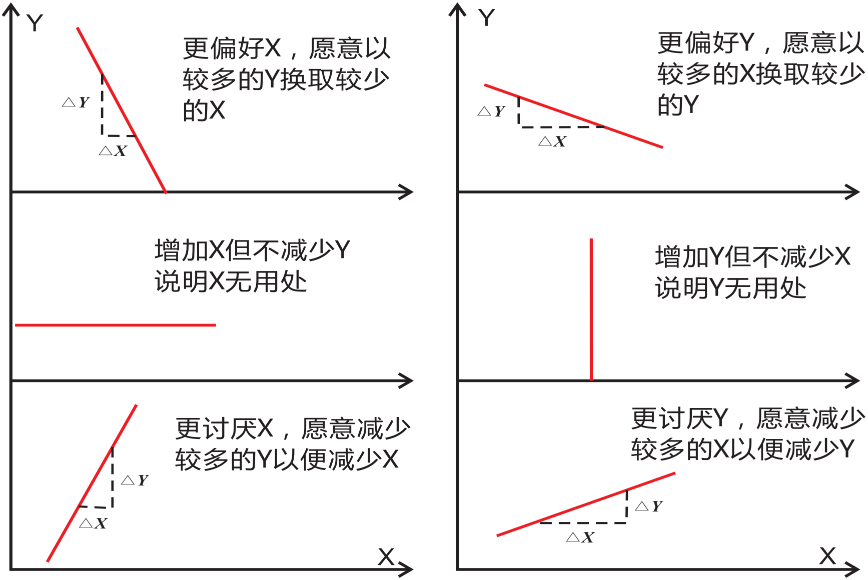
在维持效用水平不变的前提下，随着一种商品的消费量连续增加，消费者为得到每一单位的这种商品所需要放弃的另一种商品的数据的递减的。

边际替代率递减

在维持效用水平不变的前提下，随着一种商品的消费量连续增加，消费者为得到每一单位的这种商品所需要放弃的另一种商品的数据的递减的。



无差异曲线和边际替代率

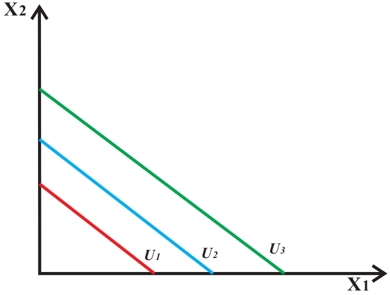


特殊的无差异曲线

完全替代

当两种商品之间的替代比例固定不变时，说明这两种商品之间的完全替代关系。此时 $MRS_{12} = c$。

假定商品 x_1 和 x_2 具有完全替代关系，那么消费者的效用函数是线性效用函数 $U(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$。



$$x_2 = \frac{U^c}{b} - \frac{a}{b}x_1$$

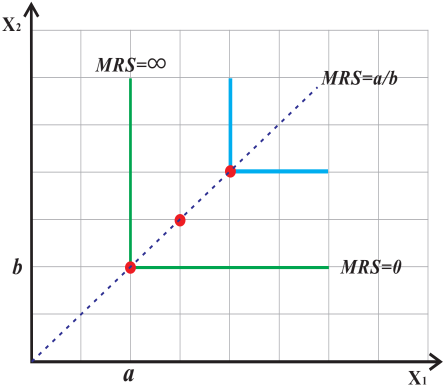
$$\Rightarrow MRS = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{a}{b}$$

特殊的无差异曲线

完全互补

当两种商品必须按固定的比例同时消费时，这两种商品之间是完全互补关系。

假定商品 x_1 和 x_2 具有完全互补关系，那么消费者的效用函数是 $U(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\}$。



直角点上的两种商品恰好按固定比例消费，这时候效用为 $U = ax_1 = bx_2$，且边际替代率均是 $MRS_{12} = a/b$

特殊的无差异曲线

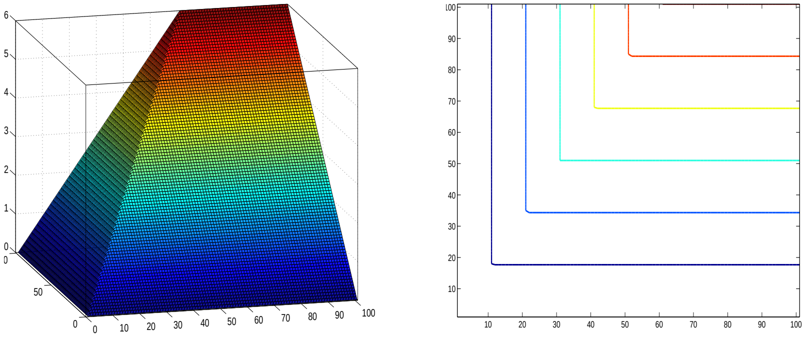


Figure : $U = \min(x, 0.6y)$

特殊的无差异曲线

Cobb-Douglas 效用函数

诸如 $U=\sqrt{xy}$ 或者 $U=xy$ 都是 Cobb-Douglas 效用函数的特殊形式。对于两种商品的效用函数，Cobb-Douglas 效用函数的一般形式是 $U=Ax^{\alpha}y^{\beta}$。(参见 Matlab:CobbGouglas.m)

准线性 (Quasilinear) 效用函数

一个效用函数，如果对某一种商品是线性的，对另一种商品是非线性的，那么这种效用函数称为准线性效用函数。它的一般形式为 $U(x,y)=v(x)+by$.(参见 Matlab:quasilinear.m)

Outline

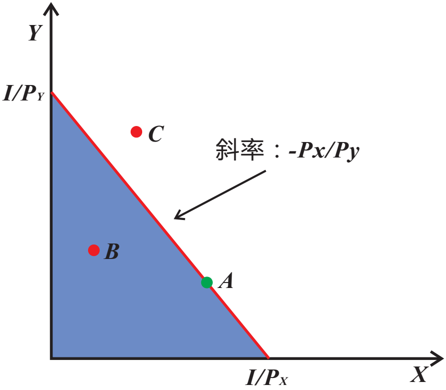
预算线

预算线（预算约束线，消费可能线，价格线）表示在消费者的收入和商品的价格给定的条件下，消费者的全部收入能购买到的两种商品的各种组合。

假定消费者收入 I，两种商品 (X,Y) 价格为 P_x，P_y，那么相应的预算线为 $P_xX + P_yY = I$

假如收入全部购买商品 X，那么最多可购买 $Q_x = I/P_x$，如果全部用于购买商品 Y，那么最多可以购买 $Q_y = I/P_y$, 连接 Q_x 和 Q_y 两点的直线是消费者可以购买的 (X, Y) 的所有组合。

预算线



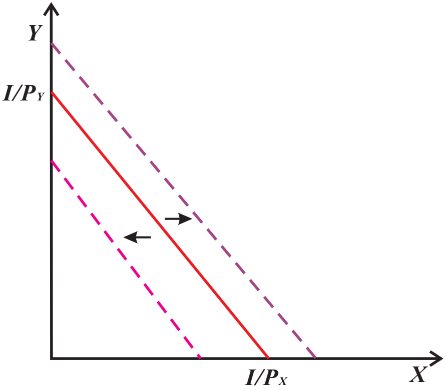
$$P_xX + P_yY = I$$

$$\Rightarrow Y = -\frac{P_x}{P_y}X + \frac{I}{P_y}$$

预算线的斜率为两个商品价格之比。

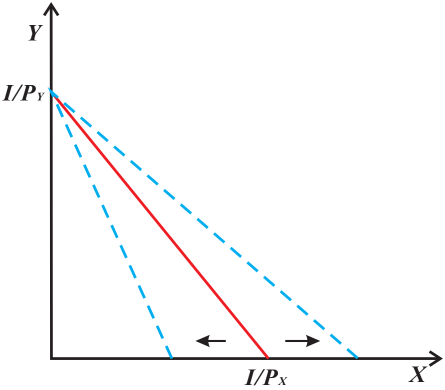
预算线将商品空间划分为可能消费集和不可能消费集。

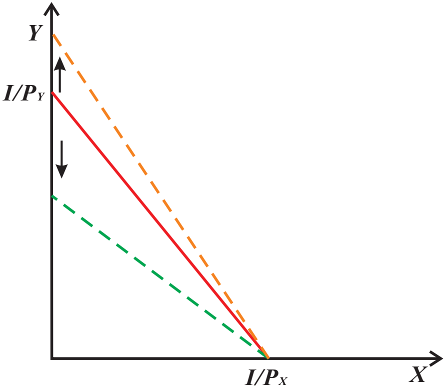
收入变化对预算线的影响



假设商品价格不变，当收入增加时，预算线向右侧平移，消费者所能消费的商品 X 和 Y 都增加。
反之，当收入减少时，消费者所能购买的商品 X 和 Y 都减少。

商品价格变化对预算线的影响



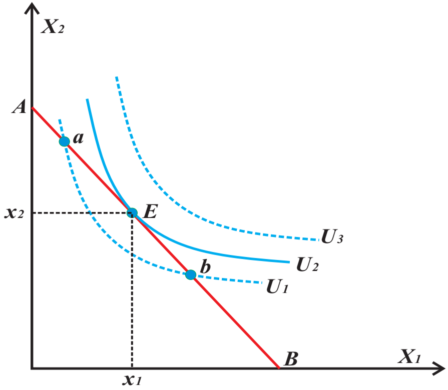


Outline

消费者最优购买行为

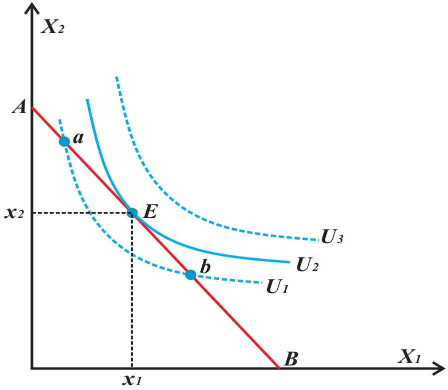
- 最优的商品组合必须是能够给消费者带来最大效用的商品组合。
- 最优的消费组合必须位于给定的预算线上。

消费者均衡



已知 $U_3 > U_2 > U_1$，消费者预算约束为 AB，那么消费者能购买的起，并能带来最大效用满足的点为 E，消费者的消费集为 (x_1, x_2)。

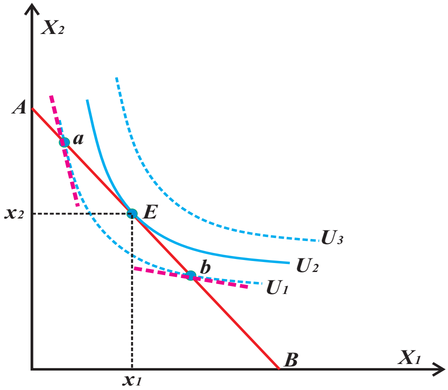
消费者均衡



E 点是无差异曲线和预算线的切点。
作为无差异曲线上的 E 点，其切线的斜率表示边际替代率 $MRS_{1,2}$
作为预算线上的 E 点，其斜率表示两种商品价格之比 P_1/P_2。

所以，消费者均衡的条件就是 $MRS_{1,2} = \frac{P_1}{P_2}$

消费者均衡



假设 AB 斜率为 -1，a 点切线斜率 -2，b 点切线斜率 -0.5。

在 a 点 $MRS_{1,2} = -\frac{dX_2}{dX_1} = 2 > -\frac{P_1}{P_2} = 1$，在市场上需要放弃一单位 x_2 便可购买一单位 x_1，但在效用满足上，放弃一单位 x_2 后，只要增加 0.5 单位的 x_1 就可以得到相同的效用满足。于是放弃一单位 x_2 后，消费者总效用增加了 0.5 单位 x_1 的效用。理性的消费者会不断减少 x_2 以便增加 x_1。

在 b 点，消费者则会放弃 x_1 多增加 x_2 以便提高总效用。

殊途同归

根据边际替代率和边际效用的关系 (Page:41)，

$$MRS_{1,2} = -\frac{dX_2}{dX_1} = \frac{MU_1}{MU_2}$$

又因为无差异曲线得到的消费者均衡条件为 $MRS_{1,2} = \dfrac{P_1}{P_2}$

于是可得：$\dfrac{MU_1}{MU_2} = \dfrac{P_1}{P_2}$

$$\Rightarrow \frac{MU_1}{P_1} = \frac{MU_2}{P_2} = \lambda$$

与基数效用论中关于消费者均衡的条件相同。

Example：Corner Point solution

假设张三消费两种商品：食物 x 和衣服 y。他的效用函数为：$U(x, y) = xy + 10x$。假设他现在收入为 $I = 10$，两种商品的价格分别为：$P_x = 1$，$P_y = 2$。求他的最佳消费组合。

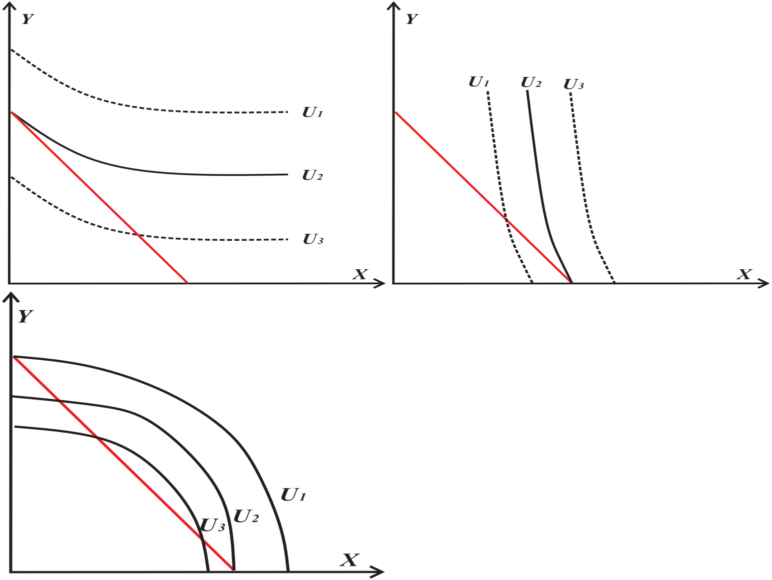
两种商品的边际效用分别为：
$MU_x = dU/dx = y + 10$
$MU_y = dU/dx = x$
因为在消费者均衡点处，边际效用比等于价格比，于是：

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{y+10}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x - 2y = 20.$$

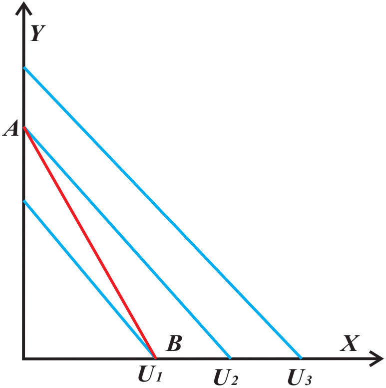
由消费约束线可知：$PxX + P_y Y = I \Rightarrow x + 2y = 10.$
解上面两个方程组可得：$x = 15;\ y = -2.5$。

Anything wrong? See Matlab figure (corner.m)

Corner Point solution



Corner Point solution



假设 $P_x = 3P_y$;
$MRS_{x,y} = MU_x/MU_y = 2$
因为总是有
$$\left(\frac{MU_x}{MU_y} = 2\right) < \left(\frac{P_x}{P_y} = 3\right)$$
即 $\left(\frac{MU_x}{P_x}\right) < \left(\frac{MU_y}{P_y}\right)$
所以，消费者总是会选择购买 Y。

Outline

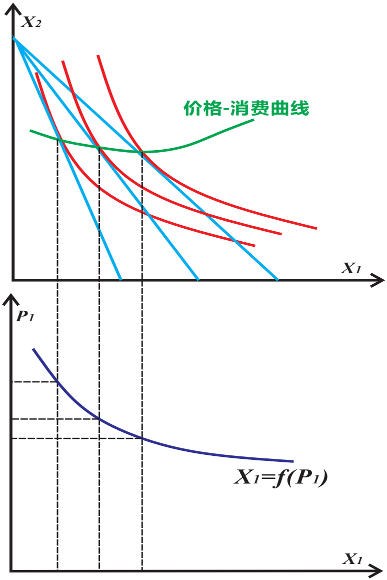
价格变化对消费者均衡的影响

价格 -消费曲线

在消费者偏好，收入以及其他商品价格不变的情况下，与一种商品不同价格相联系的消费者效用最大化的均衡点轨迹。

需求曲线

从价格 -消费曲线，可以进一步推导出消费者需求曲线，这是用序数效用论 -无差异曲线推导出的需求曲线。它明确表示在每一价格上所对应的需求量都是能给消费者带来最大效用的均衡数量。



收入变化对消费者均衡的影响

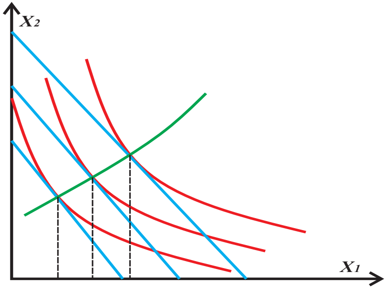
收入 -消费曲线

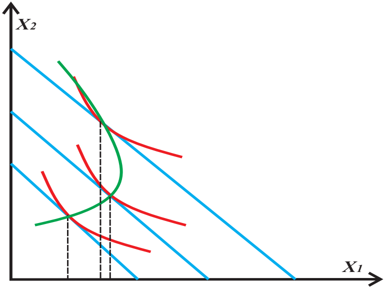
在消费者偏好和商品价格不变的情况下，与消费者不同收入水平相联系的消费者效用最大化的均衡点轨迹。

正常商品和劣质商品

第一张图中，随着收入水平的增加，消费者对 x_1 和 x_2 的需求量都上升，所以两者都是正常商品。

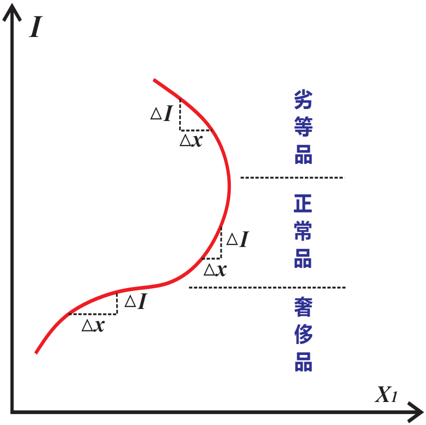
第二张途中，随着收入水平增加，当收入超过一定水平后后，对商品 x_1 的需求反而下降了，这说明在一定的收入水平下，x_1 是劣质品。





恩格尔曲线

恩格尔曲线表示消费者在每一收入水平对某种商品的需求量。
$X = f(I)$，其中 I 为收入，X 为某商品需求量。



恩格尔定律与系数

恩格尔定律：随着家庭收入的增加，用于食品开支所占的比例会越来越小。

恩格尔系数 $= \frac{\text{用于食物的开支}}{\text{家庭总开支}}$

按联合国标准，恩格尔系数大于 60% 为贫穷；$50\% - 60\%$ 为温饱；$40\% - 50\%$ 为小康；$30\% - 40\%$ 属于相对富裕；$20\% - 30\%$ 为富足；20% 以下为极其富裕。20 世纪 90 年代，在 20% 以下的只有美国，达到 16%；欧洲、日本、加拿大，一般在 $20 - 30\%$ 之间，是富裕状态。东欧国家，一般在 $30 - 40\%$ 之间，相对富裕，剩下的发展中国家，基本上分布在小康。

1978 年中国农村家庭的恩格尔系数约 68%，城镇家庭约 59%，2001-2006 年，城镇居民分别为 $37.9\%, 37.7\%, 37.1\%, 37.7\%, 36.7\%$ 和 35.8%，同期农村居民分别为 $47.7\%, 46.2\%, 45.6\%, 47.2\%, 45.5\%$ 和 43%。

Example (No Corner Points)

设消费者消费 x，y 两种商品，两者的价格分别为 p_x，p_y。他的效用函数为 $U(x, y) = xy$，收入为 I。
证明：他对 x 的需求函数为 $x = I/(2p_x)$。
该商品是正常商品吗？

Example (No Corner Points)

设消费者消费 x，y 两种商品，两者的价格分别为 p_x，p_y。他的效用函数为 $U(x,y)=xy$，收入为 I。
证明：他对 x 的需求函数为 $x=I/(2p_x)$。
该商品是正常商品吗？

证明

两种商品的边际效用分别为:$MU_x=y$；$MU_y=x$。
在消费均衡处，边际效用比等于价格比：

$$\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{y}{x}=\frac{p_x}{p_y}\Rightarrow y=(p_x/p_y)x$$

又因为消费约束为 $p_x x+p_y y=I$
解上面两个方程：$p_x x+p_y\left(\frac{p_x}{p_y}x\right)=I\Rightarrow x=I/(2p_x)$
因为：$\dfrac{dx}{dI}=\dfrac{1}{2p_x}>0$，所以该商品是正常品。

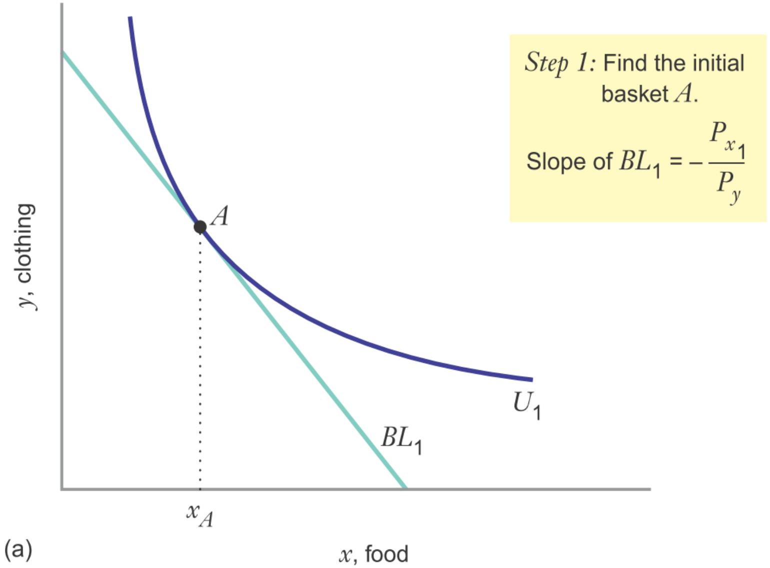
收入效应和替代效应

$$\text{商品价格变化} \Rightarrow \begin{cases} \text{消费者实际收入发生变化} & \text{改变消费集} \\ \text{与其他商品相对价格变化} & \text{改变消费集} \end{cases}$$

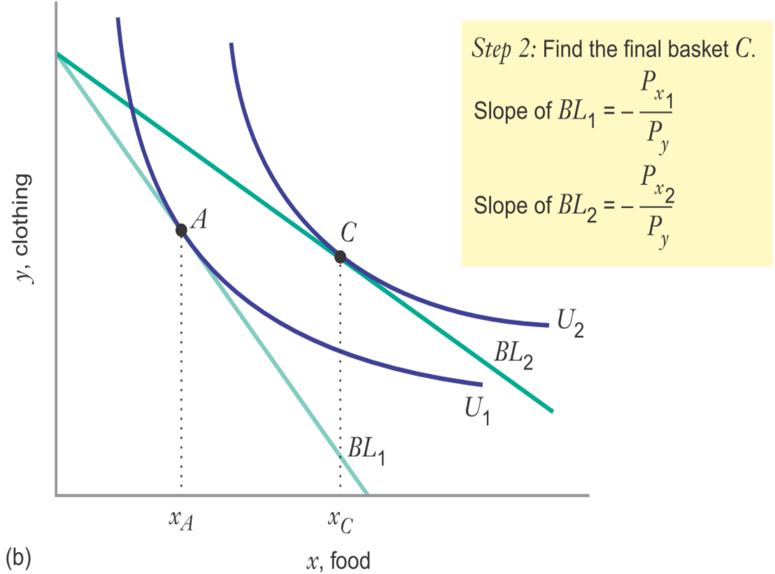
一种商品价格变动后引起的需求量的变化，可以分解为由实际收入变化引起的效应（收入效应）和由与其他商品相对价格变化引起的效应（替代效应）两个方面。总效应 $=$ 收入效应 $+$ 替代效应。

收入效应表示消费者的效用水平发生变化。
替代效应不改变消费者的效用水平。

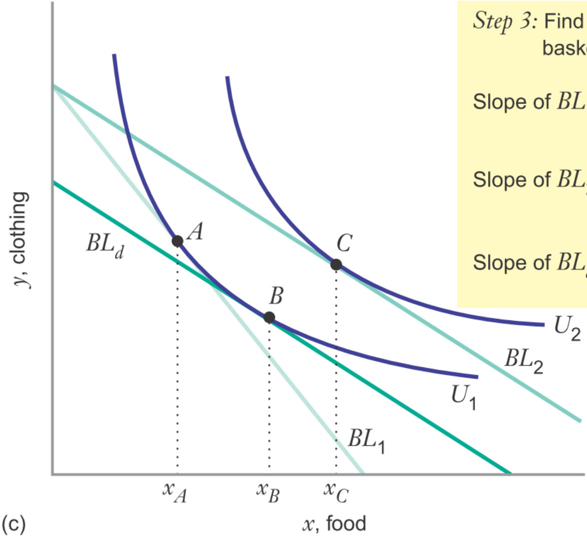
正常品的收入效应和替代效应



正常品的收入效应和替代效应



正常品的收入效应和替代效应



Step 3: Find the decomposition basket B.

Slope of $BL_1 = -\frac{P_{x_1}}{P_y}$

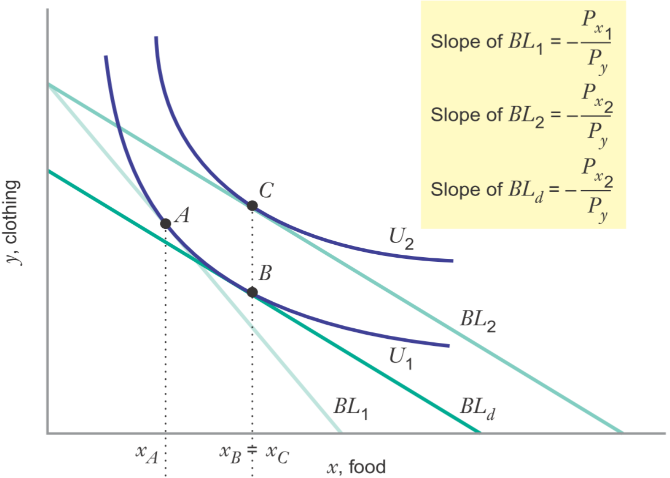
Slope of $BL_2 = -\frac{P_{x_2}}{P_y}$

Slope of $BL_d = -\frac{P_{x_2}}{P_y}$

通过辅助补偿预算线可区分：

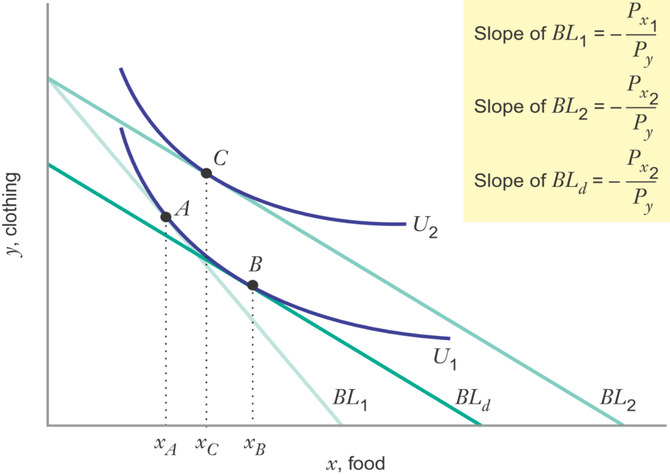
替代效应：$x_B - x_A$；收入效应：$x_C - x_B$

收入效应和替代效应



收入效应为零，既不是正常品，也不是劣质品。

劣质品的收入效应和替代效应



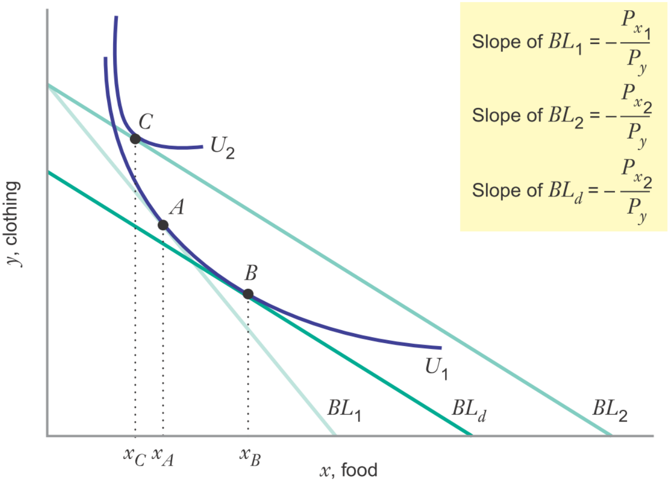
Slope of $BL_1 = -\frac{P_{x_1}}{P_y}$

Slope of $BL_2 = -\frac{P_{x_2}}{P_y}$

Slope of $BL_d = -\frac{P_{x_2}}{P_y}$

替代效应 + ；收入效应 -；劣质品的收入效应为负。

吉芬商品收入效应和替代效应



总效应 $x_C - x_A < 0$，吉芬商品（商品太劣质了，以至于收入效应大于替代效应）。

收入效应和替代效应

商品类别	替代效应 与价格关系	收入效应 与价格关系	总效应 与价格关系	需求曲线 形状
正常物品	反方向变化	反方向变化	反方向变化	向右下倾斜
低档物品	反方向变化	同方向变化	反方向变化	向右下倾斜
吉芬物品	反方向变化	同方向变化	同方向变化	向右上倾斜

Example

已知消费者效用函数 $U(x,y)=xy$；收入水平 $I=72$，商品价格：$P_y=1$, 另一个商品开始时价格 $P_x^1=9$，后来下降到 $P_x^2=4$。求收入效应和替代效应。

第一步：求初始消费集

$$\begin{cases} P_x x + P_y y = I & \rightarrow 9x + y = 72 \\ MU_x/MU_y = P_x/P_y & \rightarrow y = 9x \end{cases}$$

解得：

$x=4$

$y=36$

Example-continued

第二步：求最终消费集

$$\begin{cases} P_x x + P_y y = I & \rightarrow 4x + y = 72 \\ MU_x / MU_y = P_x / P_y & \rightarrow y = 4x \end{cases}$$

解得：$x = 9$；$y = 36$

第三步：消费集分解

初始效用为 $U_1 = 4 \times 36 = 144$，而计算替代效应时，消费者效用不变，所以效用值仍为 144。

此时，x 的价格为下降后的价格 $P_x^2 = 4$，切线处应该满足：

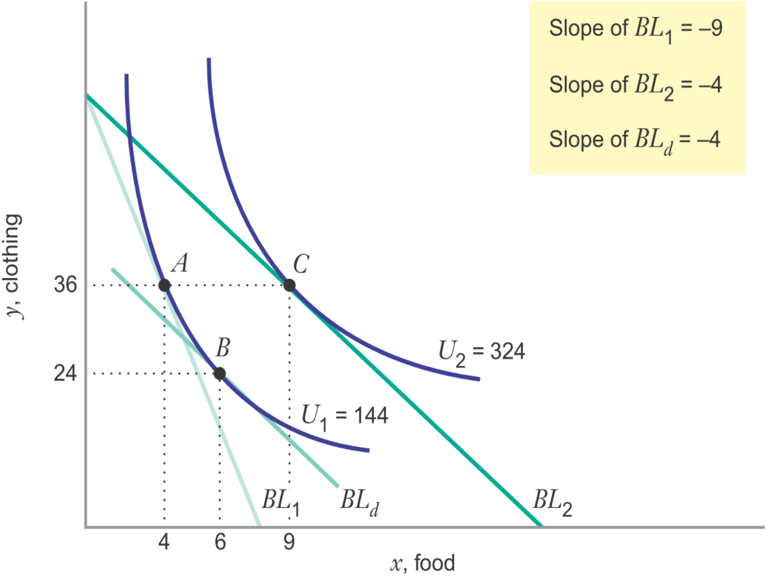
$MU_x / MU_y = P_x^2 / P_y \rightarrow y = 4x$。

$$\begin{cases} xy = 144 \\ y = 4x \end{cases} \Rightarrow x = 6；y = 24$$

替代效应：$6 - 4 = 2$

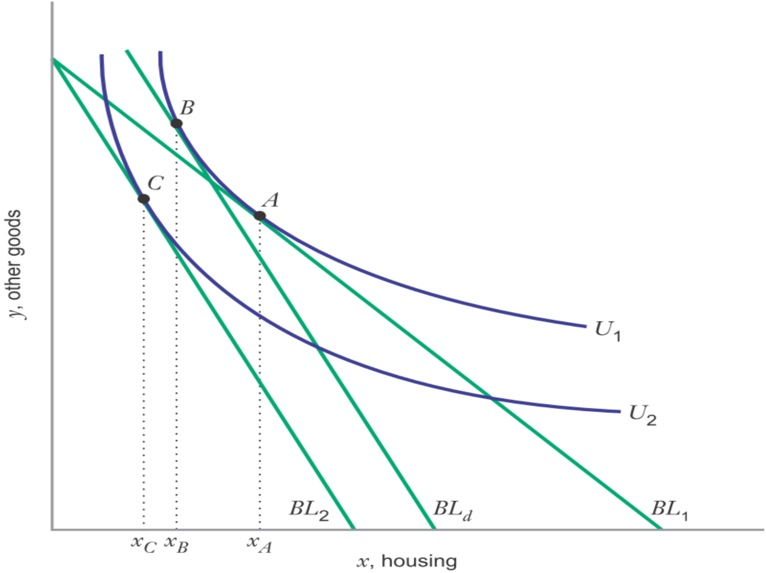
收入效应：$9 - 6 = 3$

Example

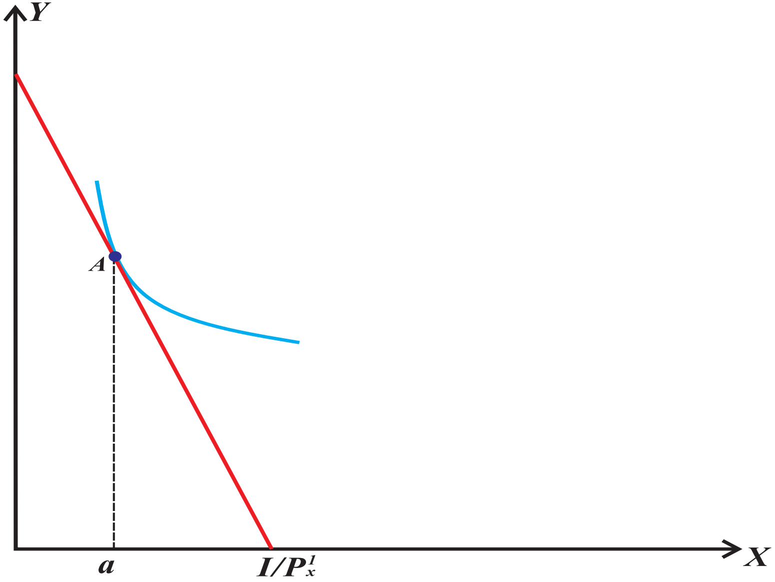


Slope of BL_1 = –9
Slope of BL_2 = –4
Slope of BL_d = –4
y, clothing
36
24
A
B
C
U_2 = 324
U_1 = 144
BL_1
BL_d
BL_2
4
6
9
x, food

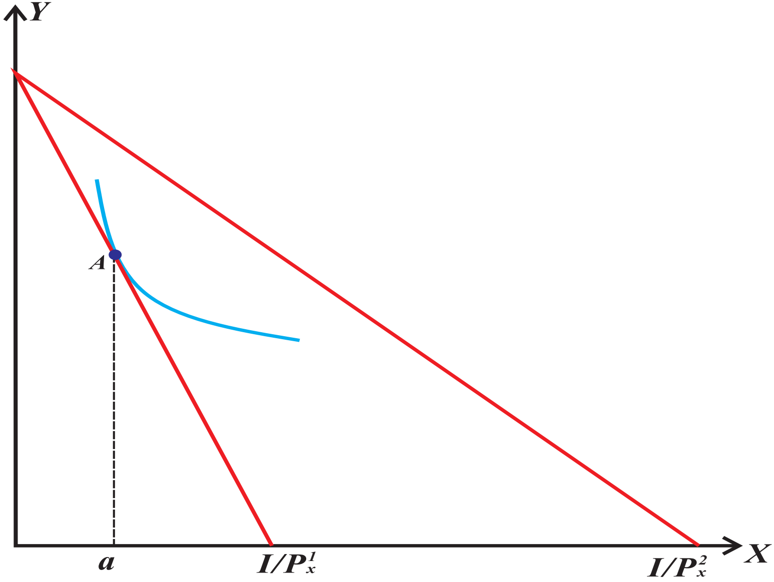
价格上升时的收入效应和替代效应



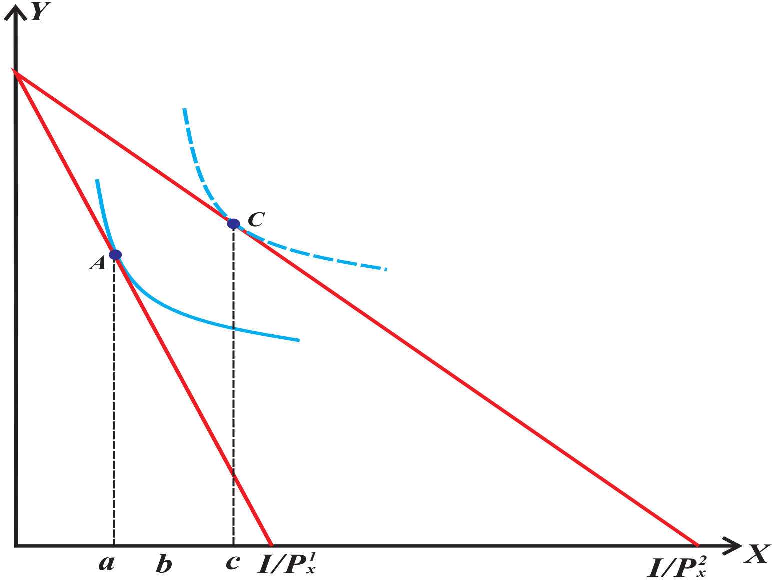
收入效应和替代效应的斯勒茨基分解



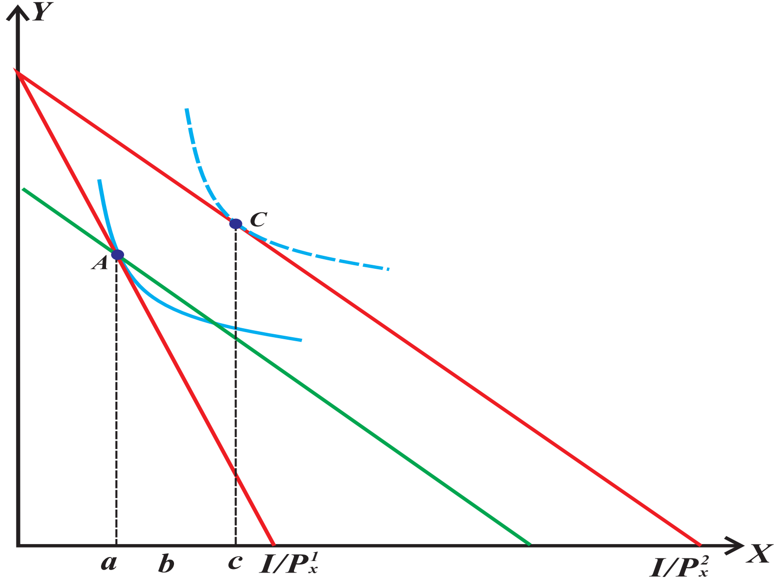
收入效应和替代效应的斯勒茨基分解



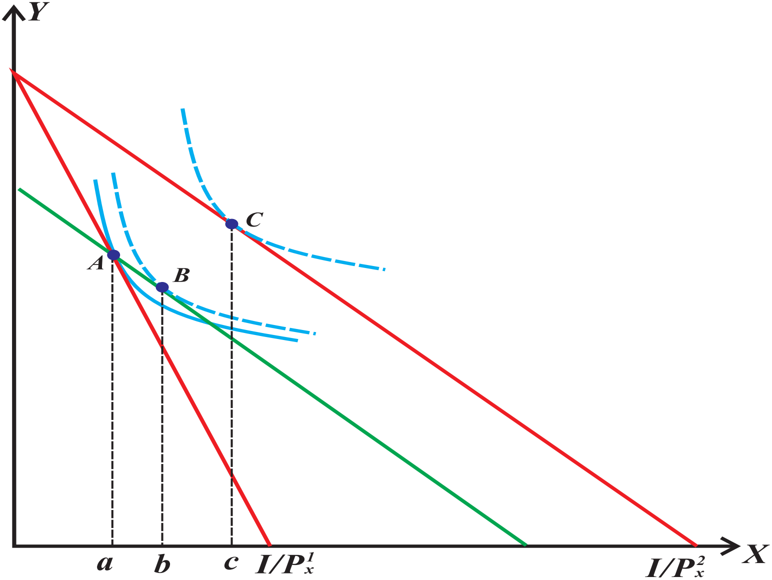
收入效应和替代效应的斯勒茨基分解



收入效应和替代效应的斯勒茨基分解



收入效应和替代效应的斯勒茨基分解



例：斯勒茨基分解

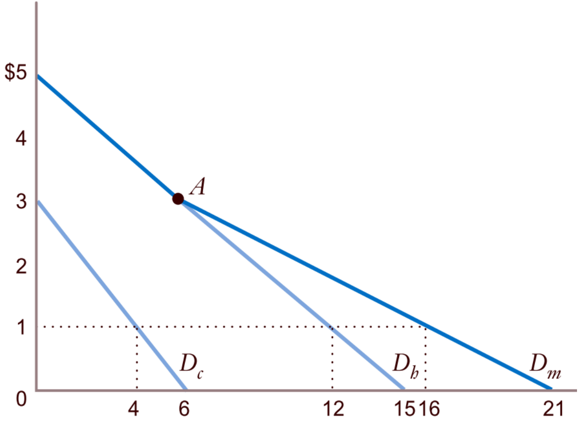
假设某人对商品 A 的需求函数为 $Q = 0.02M - 2P$，假设收入为 $M = 6500$，商品价格从 $P_A = 20$ 上升到 $P_A = 40$。试分析他购买行为变化的收入效应和替代效应。

Step-1: 初始购买量为 $Q_0 = 0.02 \times 6500 - 2 \times 20 = 90$；最终购买量为 $Q_1 = 50$
step-2: 涨价后为了还能购买 90 单位的 A，他的收入必须增加：$\Delta M = 90 \times (40 - 20) = 1800$
step-3: 得到收入补贴后的总收入为 $6500 + 1800 = 8300$。
step-4：理性消费者，在收入为 8300 时，对 A 的购买量为 $0.02 \times 8300 - 2 \times 40 = 86$
step-5：替代效应为 $86 - 90 = -4$.
step-6：总效用为 $50 - 90 = -40$，所以收入效应 = 总效应 - 替代效应 $= -40 - (-4) = -36$。

Outline

市场需求

市场需求曲线是市场中所有个体消费者需求的水平加总，$D(P)=\sum_{i=1}^{N} D_i(P)$。(Excel：市场需求)



市场需求曲线上的每个点都表示在相应的价格水平下，可以给全体消费者带来最大的效用水平或满足程度市场需求量。

Outline

- 效用论概述
  - 效用的概念
  - 基数效用和序数效用
- 无差异曲线
- 预算线
- 消费者均衡
- 价格、收入变化
- 个体需求到市场需求
- 不确定性和风险

不确定性和风险

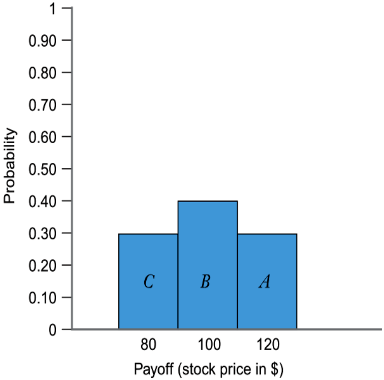
不确定性

不确定性指经济行为者事先不能准确地知道自己的某种决策的后果。或者说，只要经济行为者的一种决策的可能结果不止一种，就会产生不确定性。

风险

虽然经济行为参与者事先不能准确地知道自己的某种决策的后果，但他知道可能出现的各种情况。更进一步，如果他还知道各种可能结果发生的概率，那么这种不确定性就称为风险。

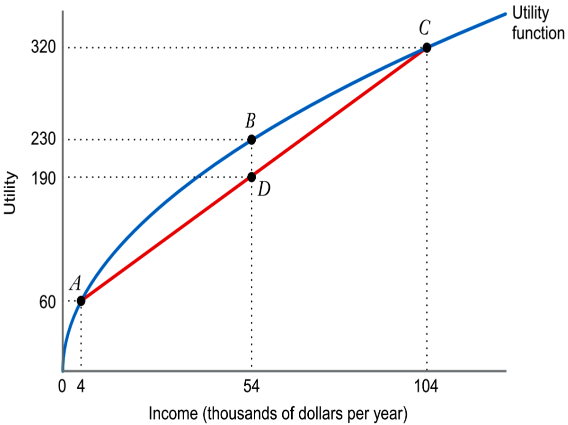
概率与期望值



$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$$

$$E(P) = 0.3 \times 80 + 0.4 \times 100 + 0.3 \times 120 = 100$$

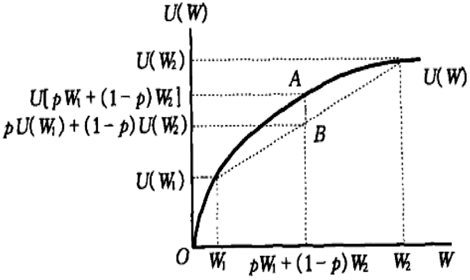
效用函数与风险偏好

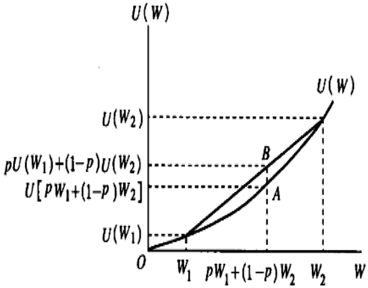


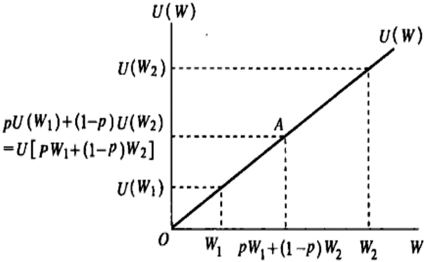
区别（效用的期望值）和（期望值的效用）

某人面对两个工作，（1）年薪 54K，（2）年薪 4K，但年底有 50% 机会发 100K 的奖金。到底选哪个工作合适？

效用函数与风险偏好







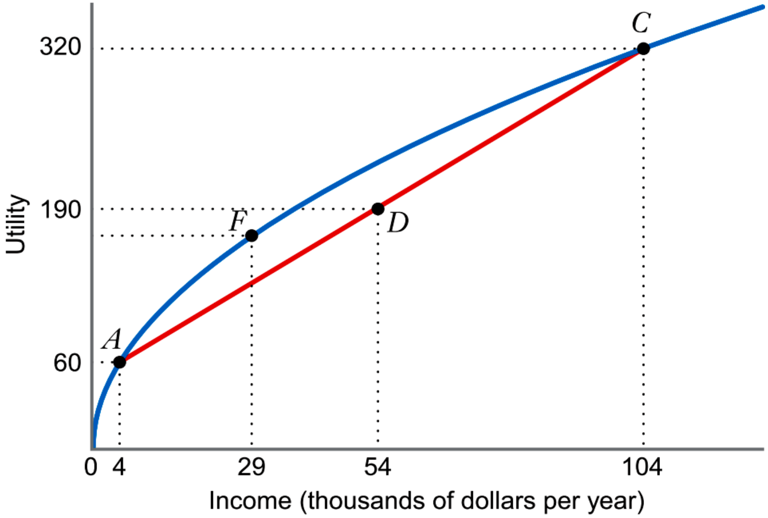
期望值的效用 > 效用的期望值

期望值的效用 < 效用的期望值

期望值的效用 = 效用的期望值

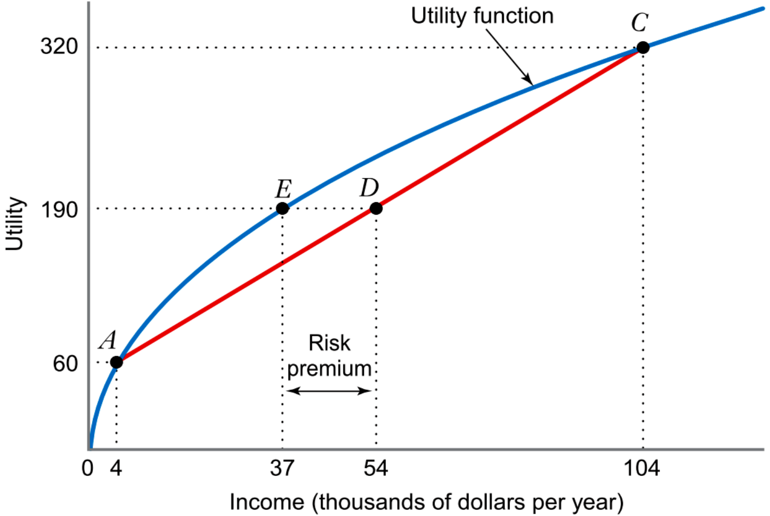
风险收益

一个风险回避的决策者，只要有合适的风险收益，也会选择承担风险。



风险收益

最低风险收益（即决策者认为选择风险或不选择风险无差异的最低收益）



风险与保险

在存在风险的情况下，一个风险回避的消费者宁愿放弃一部分收入去购买保险，以消除风险，从而使自己处于一种稳妥可靠的状态。
消费者愿意支付的最高保险金额，是使得购买或不购买保险后的期望收益一样高。

例：假设消费者有一笔财物价值 W，但有 p 的概率，这笔财产将损失 L，如果购买保险，则一旦发生财物损毁，保险公司全额赔付。那么消费者最高愿意支付多少保险金 S？

如果不买保险，消费者的期望财物价值为 $p(W-L)+(1-p)W$
购买保险后，消费者的稳定财物价值为 $W-S$
让两者相等，$W-S=p(W-L)+(1-p)W \Rightarrow S=pL$

风险与保险

对于保险公司来说，制定保险费率的标准是：保险收入要大于等于赔付金额。

本例中，保险公司收入是 S，赔付金额的期望值是 pL，所以只要 $S > pL$，保险公司就愿意销售这份保险。

理性的消费者购买保险的原因还来自收入边际效用递减的规律。在高收入时，收入的边际要用低。但一旦发生风险，收入急剧降低后，收入的边际收入很高。消费者愿意用低边际收入的部分收入来换取较高边际效用的收入，以提高总效用。

Example

某人可支配收入为 $90,000$ 元，但他住的房子有 1% 的概率发生火灾，如果发生火灾，将花费他 $80,000$ 元来维修。假设他的效用函数为 $U=\sqrt{I}$。请问他最高愿意支付多少保险费？

Step-1
如果不购买保险，他的效用函数值为
$U_0=0.99\sqrt{90,000}+0.01\sqrt{90,000-80,000}=298$
Step-2
如果他购买保险，并支付 P 单位的保险金后，他的效用值为
$U_1=\sqrt{90,000-P}$
Step-3
将两者相等，解得保险金为 $\sqrt{90,000-P}=298\Rightarrow P=1196$。