微观经济学: 作业 Chapter-7

赵时亮 周六 [5], 周四（双）[6]

赵时亮

December 6, 2013

1. 设垄断厂商的需求曲线为 $Q = 500 - 30P$，边际成本等于 4，厂商的边际收益以及实现利润最大化的产量和价格各是多少？

Solution:

由 $Q = 500 - 30P$, 可以得出：$P = \frac{500-Q}{30}$

所以，总收益为：$TR = PQ = \frac{500-Q}{30}Q$

边际收益为：$MR = \frac{\partial TR}{\partial Q} = -\frac{1}{15}Q + \frac{50}{3}$

当利润最大化时，$MC = MR$

即：$4 = -\frac{1}{15}Q + \frac{50}{3}$

解得：$Q = 190$

则：$P = \frac{500-Q}{30} = \frac{500-190}{30} = 10.33$

2. 假设一个垄断厂商面临的需求曲线为 $P = 10 - 2Q$ ，成本函数为 $TC = Q^2 + 4Q$

   (a) 求利润极大时的产量、价格和利润。

   Solution:
   垄断厂商的收益为 $R = PQ = Q(10 - 2Q)$
   $MR = \frac{dR}{dQ} = 10 - 4Q$
   $MC = \frac{dTC}{dQ} = 2Q + 4$
   当 $MR = MC$，即 $10 - 4Q = 2Q + 4$ 时，垄断厂商的利润最大化，
   解得：$Q = 1$
   此时价格为 $P = 10 - 2Q = 8$
   利润为 $\pi = PQ - TC = Q(10 - 2Q) - (Q^2 + 4Q) = 6Q - 3Q^2 = 3$

   (b) 如果政府企图对该厂商采取限价措施迫使其达到完全竞争行业所能达到的产量水平，则限价应为多少？此时该垄断厂商是否仍有利润？

   Solution:
   要达到完全竞争条件下的产量，应该使得 $P = MC$，
   即 $10 - 2Q = 2Q + 4$
   解得：$Q = 1.5$，$P = 10 - 2Q = 7$
   此时利润为 $\pi = PQ - TC = 7 \times 1.5 - 1.5^2 - 4 \times 1.5 = 2.25$

3. 一个垄断企业分两个工厂生产，工厂 L：$TC_L = 5 + 9Q_L + Q_L^2$ ，其中 Q_L 为产出量，TC 为每月总成本（千美元），工厂 H：$TC_H = 4 + 10Q_H + 0.5Q_H^2$；市场需求曲线为 $P = 31 - Q$，求总产量，产品的价格以及各个厂各自的产量？

Solution:

由 $P = 31 - Q$ 知 $MR = 31 - 2Q$

当垄断企业利润最大化的时候，有：$MC_L = MC_H = MR$

即 $31 - 2Q_L = 9 + 2Q_L$, 得 $Q_L = 5.5$

$31 - 2Q_H = 10 + Q_H$, 得 $Q_H = 7$

$Q = Q_L + Q_H = 5.5 + 7 = 12.5$

$P = 31 - Q = 18.5$

即总产量为 12.5，产品的价格为 18.5，各个厂各自的产量为 5.5 和 7。

4. 假设一垄断厂商在两个相互分割的市场 A 和 B 上销售产品，其市场需求曲线分别为 $P_A = 15 - 2Q_A$，$P_B = 20 - 3Q_B$, 厂商的固定成本为 15 元，单位可变成本为 2 元，如果厂商实行价格歧视最多可以获得多少利润？

Solution:

厂商的总收益为

$$
\begin{aligned}
TR &= TR_A + TR_B \\
&= P_A Q_A + P_B Q_B \\
&= (15 - 2Q_A)Q_A + (20 - 3Q_B)Q_B
\end{aligned}
$$

利润 $\pi = TR - TC$

$$= (15 - 2Q_A)Q_A + (20 - 3Q_B)Q_B - [2(Q_A + Q_B) + 15]$$

令 $\frac{\partial \pi}{\partial Q_A} = 15 - 4Q_A - 2 = 0 \qquad (1)$

$\frac{\partial \pi}{\partial Q_B} = 20 - 6Q_B - 2 = 0 \qquad (2)$

由（1）、（2）可得 $Q_A = 13/4, Q_B = 3$

从而 $P_A = 8.5, P_B = 11$

利润 $\pi = (15 - 2Q_A)Q_A + (20 - 3Q_B)Q_B - [2(Q_A + Q_B) + 15] = 33.123$

5. 已知某垄断竞争厂商的长期成本函数为 $LTC = 0.001Q^3 - 0.51Q^2 + 200Q$；如果该产品的生产集团内的所有厂商都按相同的比例调整价格，那么，每个厂商的份额需求曲线（或实际需求曲线）为 $P = 238 - 0.5Q$。求：

   (a) 该厂商长期均衡时的产量与价格。

Solution:

由题意可知：

$LAC = \frac{LTC}{Q} = 0.001Q^2 - 0.51Q + 200$
$LMC = \frac{dLTC}{dQ} = 0.003Q^2 - 1.02Q + 200$
且已知与份额需求 D 曲线相对应的反需求函数为 $P = 238 - 0.5Q$。
由于在垄断竞争厂商利润最大化的长期均衡时，D 曲线与 LAC 曲线相切（因为 $\pi = 0$），即有 LAC=P，于是有：
$0.001Q^2 - 0.51Q + 200 = 238 - 0.5Q$
解得 $Q = 200$（舍去了负值）
以 $Q = 200$ 代入份额需求函数，得：
$P = 238 - 0.5 \times 200 = 138$
所以，该垄断竞争厂商实现利润最大化长期均衡时的产量 $Q = 200$，价格 $P = 138$。

(b) 该厂商长期均衡时主观需求曲线上的需求的价格点弹性值（保留整数部分）。

Solution:
由 $Q = 200$ 代入长期边际成本 LMC 函数，得：

$$\begin{aligned} LMC &= 0.003Q^2 - 1.02Q + 200 \\ &= 0.003 \times 200^2 - 1.02 \times 200 + 200 \\ &= 116 \end{aligned}$$

因为厂商实现长期利润最大化时必有 $MR = LMC$，所以亦有 $MR = 116$。
再根据公式 $MR = P(1 - \frac{1}{e_d})$，得：
$116 = 138(1 - \frac{1}{e_d})$
解得 $e_d \approx 6$
所以，厂商长期均衡时主观需求 d 曲线上的需求的价格点弹性 $e_d \approx 6$。

(c) 如果该厂商的主观需求曲线是线性的，推导该厂商长期均衡时的主观需求函数。

Solution:
令该厂商的线性的主观需求 d 曲线的函数形式为 $P = A - BQ$，其中，A 表示该线性需求 d 曲线的纵截距，$-B$ 表示斜率。下面，分别求 A 值与 B 值。
根据线性需求曲线的点弹性的几何意义，可以有 $e_d = \frac{P}{A-P}$，其中，P 表示线性需求 d 曲线上某一点所对应的价格水平。于是，在该厂商实现长期均衡时，由 $e_d = \frac{P}{A-P}$，得：
$6 = \frac{138}{A-138}$
解得 $A = 161$
此外，根据几何意义，在该厂商实现长期均衡时，线性主观需求 d 曲线的斜率的绝对值可以表示为：

$B = \frac{A-P}{Q} = \frac{161-138}{200} = 0.115$
于是，该垄断竞争厂商实现长期均衡时的线性主观需求函数为：
$P = A - BQ = 161 - 0.115Q$
或者 $Q = \frac{116-P}{0.115}$

6. 假设一个垄断厂商面临的需求曲线为 $P = 10 - 3Q$，成本函数为 $TC = Q^2 + 2Q$。

   (a) 求利润最大时的产量、价格和利润。

   Solution:
   已知 $P = 10 - 3Q$，则 $MR = 10 - 6Q$
   又知成本函数 $TC = Q^2 + 2Q$，所以，$MC = (TC)' = 2Q + 2$
   利润最大化的条件是 $MC = MR$，即 $2Q + 2 = 10 - 6Q$ 得 $Q = 1$，
   把 $Q = 1$ 代入 $P = 10 - 3Q$ 中得, $P = 10 - 3 \times 1 = 7$
   利润 $\pi = TR - TC = PQ - (Q^2 + 2Q) = 7 \times 1 - (1^2 + 2 \times 1) = 4$

   (b) 如果政府企图对该垄断厂商采取限价措施迫使其达到完全竞争行业所能达到的产量水平，则限价应为多少？

   Solution:
   政府采取限价措施使垄断者达到完全竞争行业所能达到的产量水平。完全竞争条件下利润极大化的条件是 $P = MC$，即 $10 - 3Q = 2Q + 2$，则 $Q = 1.6$。
   把 $Q = 1.6$ 代入 $P = 10 - 3Q$ 中得：$P = 10 - 3 \times 1.6 = 5.2$
   此时的利润:
   $\pi = TR - TC = PQ - (Q^2 + 2Q) = 5.2 \times 1.6 - (1.62 + 2 \times 1.6) = -2.56$
   这说明在政府限价时，厂商亏损了。

   (c) 如果政府打算对垄断厂商征收一笔固定的调节税，以便把该厂商所获得的超额利润都拿去，试问这笔固定税的总额是多少？

   Solution:
   如果政府征收的固定调节税恰好把该厂商的超额利润都拿走，则政府对该厂商征收的固定调节税就是 4 单位，征税后产量、价格都没有变，垄断厂商的超额利润为零。

   (d) 如果政府对该垄断厂商生产的每单位产品征收产品税 1 单位，新的均衡点如何？

   Solution:

如果政府对垄断厂商的每单位产品征收 1 单位产品税，这种单位产品税是随着产量变化而变化的一项可变成本，它会导致垄断厂商的 AC 曲线和 MC 曲线向上移动，使原有的均衡位置发生变化。

由于增加单位产品税如同增加 MC，故征税后利润最大化的条件为

$MC + 1 = MR$，即 $(2Q + 2) + 1 = 10 - 6Q$，

所以 $Q = 0.875$。

把 $Q = 0.875$ 代入 $P = 10 - 3Q$ 中，得 $P = 7.375$。

征收单位产品税后的利润:

$\pi = TR - TC = PQ - (Q^2 + 2Q) = 7.375 \times 0.875 - (0.875^2 + 2 \times 0.875) = 3.3975$

征收单位产品税之前，垄断厂商的均衡产量为 1 单位，制定的价格为 7 单位，利润为 4 单位。征收单位产品税后均衡点位置发生了变化。垄断厂商新的均衡产量为 0.875 单位，制定价格为 7.375 单位，利润为 3.9375 单位。

(e) 试比较以上三种方法对消费者的影响。

Solution:

消费者能从第一种方法即政府迫使垄断厂商采取限价措施扩大产量中得到好处，因为他们能以较低价格买到较多商品。

第二种方法即政府对垄断者征收一笔固定调节税，对消费者来说没有直接得到好处，因为价格和产量没有任何变化。

第三种方法即政府对垄断厂商征收一单位的单位产品税，对消费者来说没有好处，反而受损。因为征收单位产品税后，产量下降了 0.125 单位 ($1 - 0.875 = 0.125$)，价格却上涨了 0.375 单位 ($7.375 - 7 = 0.375$)。这意味着垄断者把部分单位产品税通过提高价格转嫁给了消费者。

以上三种方法都使利润下降，尤其第一种方法使利润下降最多。

7. 某行业由一个大厂商和 5 个小厂商组成，都生产同样的产品，小厂商有相同成本。大厂商和小厂商的成本函数分别为:

   $C_L = 0.001q_L^2 + 3q_L$

   $C_S = 0.01q_S^2 + 3q_S$

   这里，C 是每周总成本，以美元计，q 是厂商每周产量单位数。L 和 S 分别表示大和小。产品的市场需求曲线是 $Q = 5250 - 250p$,

   这里，Q 是每周总销量，p 是价格。按支配厂商的价格领导制，试求：

   1. 大厂商每周产量。
   2. 每个小厂商每周产量。
   3. 总产量。

4. 均衡价格。
5. 大厂商利润。
6. 每个小厂商利润。
7. 总利润。

Solution:

在支配厂商价格领导下，小厂商像完全竞争中厂商一样行动，按边际成本等于既定价格的原则来决定自己产量，从小厂商成本函数中得到其边际成本函数：

$MC_S = 0.02q + 3$

小厂商边际成本等于价格，即 $p = 0.02q_S + 3$，或 $q_S = 50p - 150$, 这是每个小厂商的供给函数。

于是，5 个小厂商的总供给函数为 $Q_S = (50P - 150) \times 5 = 250P - 750$

从市场总需求量中减去小厂商的总供给量，即为大厂商的总供给量，也是大厂商的市场需求量 q_L 。于是有：

$q_L = Q - Q_S - (5250 - 250p) - 250p - 750 = 6000 - 500p$

亦即 $p = 12 - 0.002q_L$。因此，大厂商的边际收益为 $MR_L = 12 - 0.004q_L$

大厂商根据边际收益等于边际成本原则决定产量：

$MR_L = 12 - 0.004q_L = 0.002q_L + 3 = MC_L$（从大厂商成本函数中求得）

解上面的方程，得**大厂商每周产量**为：$q_L = 1500$

将 $q_L = 1500$ 代入 $p = 12 - 0.002q_L = 12 - 0.002 \times 1500 = 9$ 得到**均衡价格**

将 $p = 9$ 代入 $Q_S = 250p - 750$ 得**小厂商每周总产量**为 $Q_S = 1500$

每个小厂商每周产量: $q_S = 1500/5 = 300$

$Q_S + Q_L = 1500 + 1500 = 3000$ 即为**总产量**

大厂商利润 π_L 为大厂商总收益和总成本之差额：

$\pi_L = pQ_L - C_L = 9 \times 1500 - (0.01 \times 1500^2 + 3 \times 1500)$

$\quad = 13500 - 6750 = 6750$ (美元)

每个小厂商利润 $\pi_S = 9 \times 300 - (0.01 \times 300^2 + 3 \times 300) = 900$（美元）

5 个小厂商利润为 $900 \times 5 = 4500$（美元）

总利润 $\pi = 6750 + 4500 = 11250$（美元）

8. 设纯粹寡头垄断市场需求函数为 $P = 400 - Q$，地位对等的两厂商的成本函数分别为：

$C_1 = Q_1^2 + 20Q_1 + 10000$

$C_2 = Q_2^2 + 80Q_2 + 5000$

试求：古诺均衡状态下价格和两厂商的反应函数、产量、利润。

Solution:

对于厂商 1，其利润为：

$$\begin{aligned} \pi_1 &= PQ_1 - C_1 \\ &= (400 - Q_1 - Q_2)Q_1 - Q_1^2 - 20Q_1 - 10000 \\ &= -2Q_1^2 + 380Q_1 - Q_1Q_2 - 10000 \end{aligned}$$

对于厂商 2，其利润为：

$$\begin{aligned} \pi_2 &= PQ_2 - C_2 \\ &= (400 - Q_1 - Q_2)Q_2 - Q_2^2 - 80Q_1 - 5000 \\ &= -2Q_2^2 + 320Q_2 - Q_1Q_2 - 5000 \end{aligned}$$

由于厂商 1 和厂商 2 都追求利润最大化，所以有

$\frac{\partial \pi_1}{\partial Q_1} = -4Q_1 + 380 - Q_2 = 0$

$\frac{\partial \pi_2}{\partial Q_2} = -4Q_2 + 320 - Q_1 = 0$

厂商 1 的反应函数为 $Q_1 = 95 - \frac{1}{4}Q_2$

厂商 2 的反应函数为 $Q_2 = 80 - \frac{1}{4}Q_1$

解得：$Q_1 = 80; Q_2 = 60$

利润分别为：

$\pi_1 = -2Q_1^2 + 380Q_1 - Q_1Q_2 - 10000 = 2800$

$\pi_1 = -2Q_2^2 + 320Q_2 - Q_1Q_2 - 5000 = 2200$