

微观经济学: 作业 Chapter-3

赵时亮 周六 [5], 周四 (双) [6]

赵时亮

May 6, 2014

1. 已知某人收入为 $I = 90$, 他消费 X 和 Y 两种商品, 他从中得到的效用为 $U(x, y) = 2xy^2$ 。已知两种商品的价格分别为 $P_x = 2$, $P_y = 3$ 。

(a) 他的消费集是多少?

Solution:

从消费者均衡的条件可知:

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} \Rightarrow \frac{2y^2}{2} = \frac{4xy}{3} \Rightarrow y = 4x/3$$

$$\text{由消费约束可知: } P_x x + P_y y = I \Rightarrow 2x + 3y = 90$$

解上式可得: $\{x = 15, y = 20\}$ 。

(b) 如果 P_x 升高到 4, 求消费者对 Y 需求的交叉价格弹性。

Solution:

同理, 求的新的消费集为 $\{x = 7.5, y = 20\}$ 。

$$\text{交叉价格弹性为 } \varepsilon_{x,y} = \frac{\%Q_y}{\%P_x} = \frac{(20 - 20)/20}{(4 - 2)/2} = 0$$

所以 X 对 Y 需求的交叉价格弹性为 0。

2. 设消费者的需求函数为 $Q = 60 - 2P$ 。

求当商品价格为 $P = 5$ 时候的消费者剩余, 当价格下降到 $P = 4$ 时, 消费者均剩余加多少?

Solution:

需求函数的反函数为 $P = 30 - 0.5Q$, 当 $P = 5$ 时, $Q = 50$ 。

$$CS = \int_0^{50} (30 - 0.5Q)dQ - PQ = (30Q - 0.25Q^2)|_0^{50} - 5 \times 50 = 625$$

同理, 当 $P = 4$ 时, $Q = 52$ 。

$$\text{消费者剩余 } CS = \int_0^{52} (30 - 0.5Q)dQ - PQ = (30Q - 0.25Q^2)|_0^{52} - 4 \times 52 = 676,$$

所以消费者剩余增加 51 个单位。

3. 假设某人消费 x 和 y 两种商品, 他的效用函数为 $U(x, y) = 2\sqrt{x} + y$ 。他的收入水平为 $I = 10$, y 商品的价格 $P_y = 1$ 。

(a) 假设 x 的初始价格为: $P_x = 0.5$, 那么他的消费集为多少?

Solution:

$$\text{从消费者均衡的条件可知: } \frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}P_x} = \frac{1}{P_y} \Rightarrow P_y = \sqrt{x}P_x$$

因为 $P_y = 1$, 所以消费者对 X 的需求函数为 $P_x = 1/\sqrt{x}$

当 $P_x = 0.5$ 时, 他消费的 X 为 $x = [1/(0.5)]^2 = 4$

由消费约束可知: $P_x x + P_y y = I$, 将已知条件和计算所得的 x 代入, $0.5 \times 4 + 1 \times y = 10 \Rightarrow y = 8$ 。

所以他的消费集为: $\{x = 4, y = 8\}$

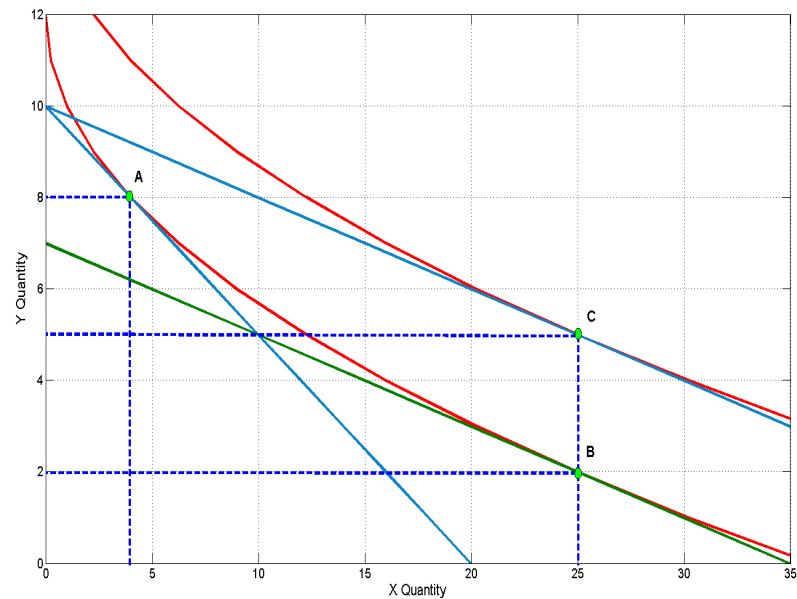
(b) 假设 x 的价格下降到 $P_x = 0.2$, 那么新的消费集是多少?

Solution:

同上, 计算得: $\{x = 25, y = 5\}$ 。

(c) 用希克斯分解法计算替代效应和收入效应各为多少? 并画图表示。

Solution:



初始消费集为 $A: \{x = 4, y = 8\}$, 效用为 $U_A = 2\sqrt{4} + 8 = 12$ 。

最终消费集为 $C: \{x = 25, y = 5\}$, 效用为 $U_C = 2\sqrt{25} + 5 = 15$ 。

要计算替代效应, 需要确定点 B , 它是与最终预算约束平行的约束线和初始效用曲线的切点。

由消费均衡条件可知:

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{(1/\sqrt{x})}{1} = \frac{(P_x = 0.2)}{(P_y = 1)} \Rightarrow x = 25$$

$$\text{代入效用函数 } 12 = 2\sqrt{25} + y \Rightarrow y = 2.$$

所以价格下降的总效应为 $X_C - X_A = 25 - 4 = 21$ 。

替代效应为 $X_B - X_A = 25 - 4 = 21$

收入效应为 $X_C - X_B = 25 - 25 = 0$

4. 假设某人对商品 A 的需求函数为 $Q = 0.02M - 2P$, 假设收入为 $M = 6500$, 商品价格从 $P_A = 20$ 下降到 $P_A = 10$ 。试分析他购买行为变化的收入效应和替代效应。

Solution:

Step-1: 初始购买量为 $Q_0 = 0.02 \times 6500 - 2 \times 20 = 90$; 最终购买量为 $Q_1 = 110$

step-2: 价格下降后为了还能购买 90 单位的 A, 他的收入必须减少: $\Delta M = 90 \times (20 - 10) = 900$

step-3: 收入缩减后的总收入为 $6500 - 900 = 5600$ 。

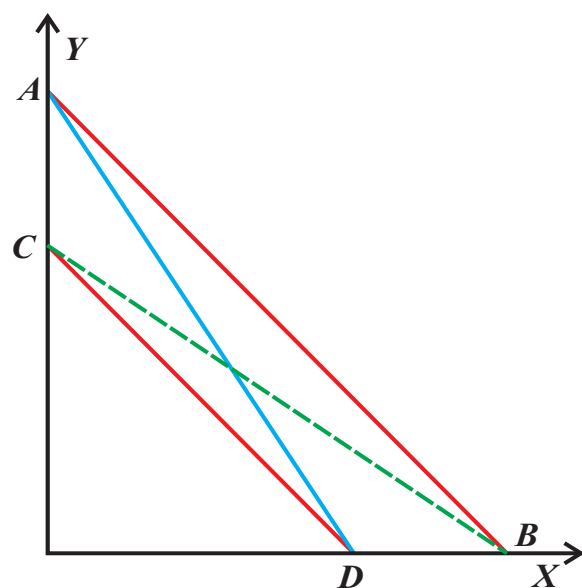
step-4: 理性消费者, 在收入为 5600 时, 对 A 的购买量为 $0.02 \times 5600 - 2 \times 10 = 92$

step-5: 替代效应为 $92 - 90 = 2$ 。

step-6: 总效用为 $110 - 90 = 20$, 所以收入效应 = 总效应 - 替代效应 = $20 - 2 = 18$ 。

5. 假设某消费者购买商品 x 和 y , 他对两个商品的无差异曲线是线性的, 且斜率为 $-a$ 。如果两商品的价格分别为 P_x, P_y , 该消费者收入为 M , 请问该消费者的最佳消费组合是什么?

Solution:

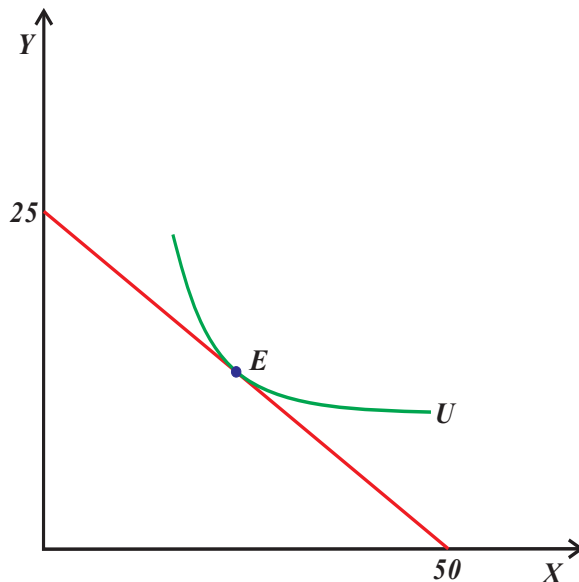


如上图, 其中直线 AB 和 CD 是消费者的无差异曲线, 斜率为 $-a$ 。假如消费者的预算约束线斜率 $-\frac{P_x}{P_y}$ 大于 $-a$, 如图中 AD , 那么消费者的消费集为 $A: \{x = 0, y = \frac{M}{P_y}\}$ 。

假如消费者的预算约束线斜率 $-\frac{P_x}{P_y}$ 小于 $-a$, 如图中 CB , 那么消费者的消费集为 $B: \{x = \frac{M}{P_x}, y = 0\}$ 。

假如消费者的预算约束线斜率 $-\frac{P_x}{P_y}$ 等于 $-a$, 消费集为 $\{x, y\} | x \geq 0, y \geq 0, \forall P_x x + P_y y = M\}$ 。

6. 假设消费者均衡如下图所示, 已知 $P_x = 2$ 。



- (a) 求消费者的收入。

Solution:

根据图上显示, 消费者仅购买 X 时的最大购买量为 50, 所以收入为 $P_x x = 50 \times 2 = 100$ 。

- (b) 求商品 Y 的价格 P_y 。

Solution:

根据消费者的收入 $I = 100$, 和单独购买 Y 时的最大消费量为 25 可得, $P_y = I/Q_y = 4$ 。

- (c) 写出消费者的预算约束线。

Solution:

$$P_x x + P_y y = 100$$

- (d) 求均衡点的边际替代率
- $MRS_{x,y}$
- 。

Solution:

$$\text{均衡条件为 } MRS_{x,y} = \frac{P_x}{P_y} = 2/4 = 0.5$$

- (e) 预算线的斜率是多少?

Solution:

$$P_x x + P_y y = I \Rightarrow y = \frac{I}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} x, \text{ 所以斜率为 } -2/4 = -0.5$$

7. 设消费者的效用函数为
- $U(x, y) = x^\alpha y^\beta$
- , 并且
- $\alpha + \beta = 1$
- 。如果商品价格分别为
- P_x
- 和
- P_y
- , 消费者收入
- M
- 。

- (a) 求消费者对
- x
- 和
- y
- 的需求函数。

Solution:

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \alpha x^{\alpha-1} y^\beta$$

$$MU_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \alpha x^\alpha y^{\beta-1}$$

$$\text{预算约束为 } P_x x + P_y y = M$$

$$\text{由均衡条件 } \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \text{ 可得消费者需求函数为:}$$

$$x = (\alpha M)/P_x; \quad y = (\beta M)/P_y$$

- (b) 当商品价格和消费者收入都增加
- $r\%$
- 时, 消费者对商品的需求有什么变化?

Solution:

当收入和价格都增加 r 时:

$$x = (\alpha(1+r)M)/(1+r)P_x = (\alpha M)/P_x$$

$$y = (\beta(1+r)M)/(1+r)P_y = (\beta M)/P_y$$

所以消费者的消费集不变。

- (c) 证明
- α
- 和
- β
- 分别表示消费者消费商品
- x
- 和
- y
- 的支出所占收入的百分比。

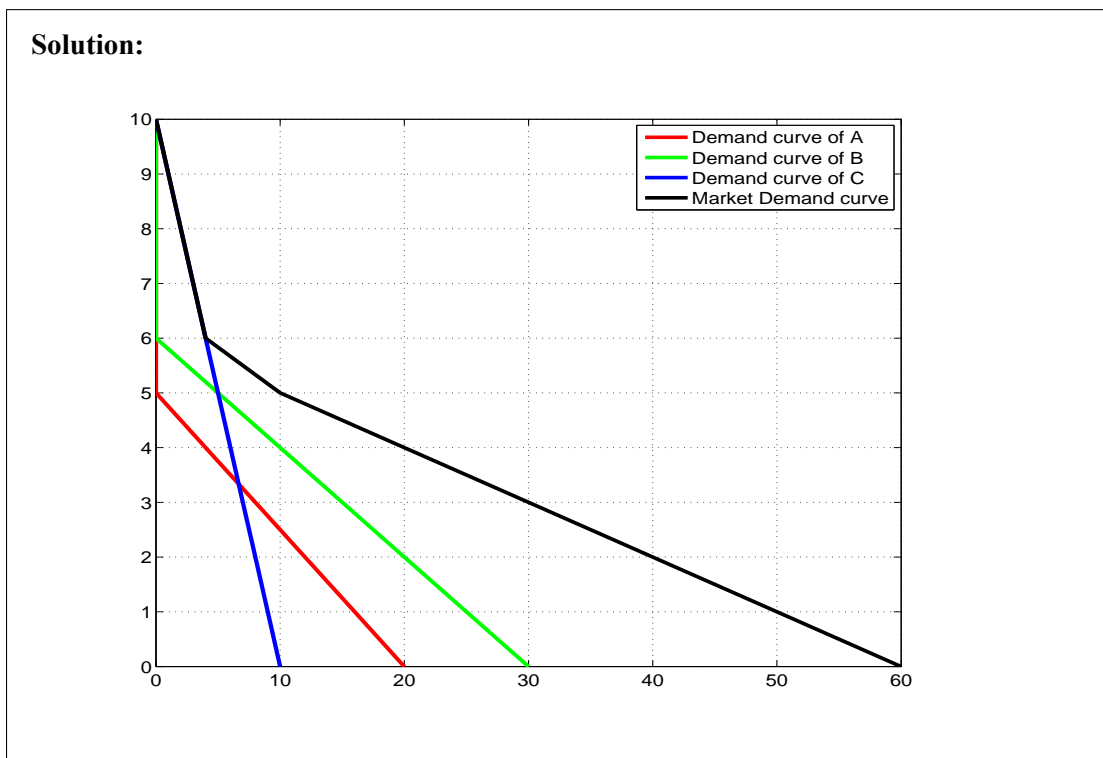
Solution:

$$\text{消费者用于购买 } X \text{ 的支出为 } E_x = P_x x = P_x \times \frac{\alpha M}{P_x} = \alpha M$$

消费者用于购买 Y 的支出为 $E_y = P_y y = P_y \times \frac{\beta M}{P_y} = \beta M$

因为 $\alpha + \beta = 1$, 所以 α 和 β 分别表示消费者消费商品 x 和 y 的支出所占收入的百分比。

8. 市场上有三个消费者, 他们的需求函数分别为: $Q_a = 20 - 4P, Q_b = 30 - 5P, Q_c = 10 - P$ 。分别画出三者的个人需求曲线和总的市场需求曲线。



9. 假设有两个投资项目, 投资金额都是 100 元, 收益分别为:

	投资收益	收益概率		投资收益	收益概率
项目 A:	-20	0.3	项目 B:	-20	0.1
	0	0.4		0	0.8
	20	0.3		20	0.1

有两个投资者, 他们的效用函数分别为 $U_x = 100I$, $U_y = 100I^2$, 请问他们分别会选择哪个投资项目?

Solution:

对于投资者 X ，他从两个项目中分别得到的效用为：

$$U_x^A = 0.3 \times 100 \times (100 - 20) + 0.4 \times 100 \times 100 + 0.3 \times 100 \times (100 + 20) = 10000$$

$$U_x^B = 0.1 \times 100 \times (100 - 20) + 0.8 \times 100 \times 100 + 0.1 \times 100 \times (100 + 20) = 10000$$

两个项目给投资者 X 带来的效用一样，所以他对两个项目的偏好无差异。

对于投资者 Y ，他从两个项目中分别得到的效用为：

$$U_y^A = 0.3 \times 100 \times (100 - 20)^2 + 0.4 \times 100 \times 100^2 + 0.3 \times 100 \times (100 + 20)^2 = 1024000$$

$$U_y^B = 0.1 \times 100 \times (100 - 20)^2 + 0.8 \times 100 \times 100^2 + 0.1 \times 100 \times (100 + 20)^2 = 1008000$$

投资者 Y 更偏好项目 A 。